Mathematik von und Algorithmen für Origami

Boris Sobieski
Tim Ungerhofer
22.01.2016

Übersicht

- Was ist Origami?
- Geschichte
- Bedeutende Personen
- Anwendungen in der Technik
- Mathematik von Origami
- Algorithmen für Origami
- Zukunft

Was ist Origami?

- Kunst des Faltens
- oru = Falten
- kami = Papier

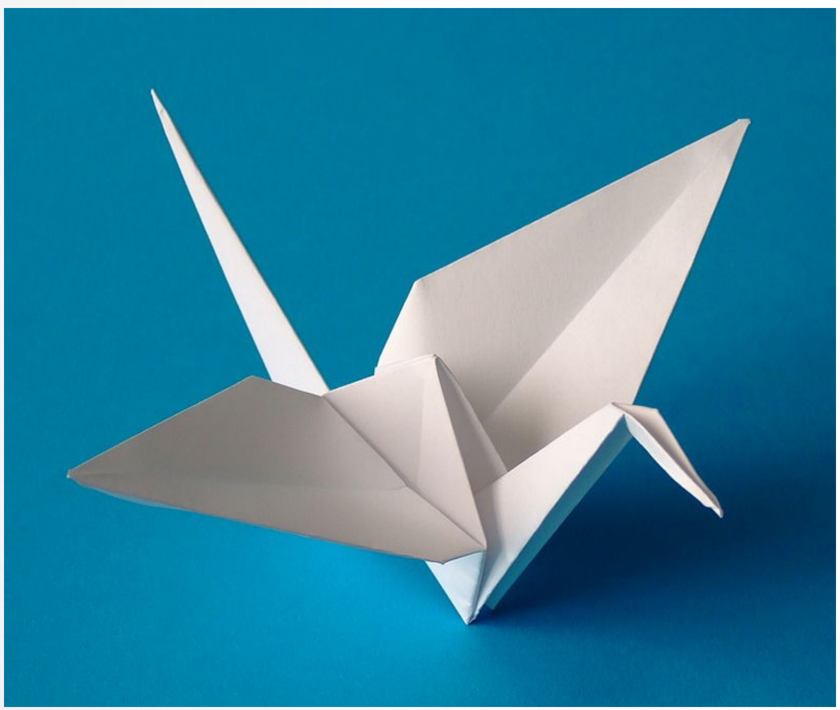
Geschichte des Origami

- Japan:
  - Vor Erfindung von Papier (ca. 100 v. Chr.) bereits Stoffe und andere Materialien.
  - 1333 – 1568 Muromachi-Zeit erste Blüte.
  - 1603 – 1868 Edo-Zeit zweite Blüte.

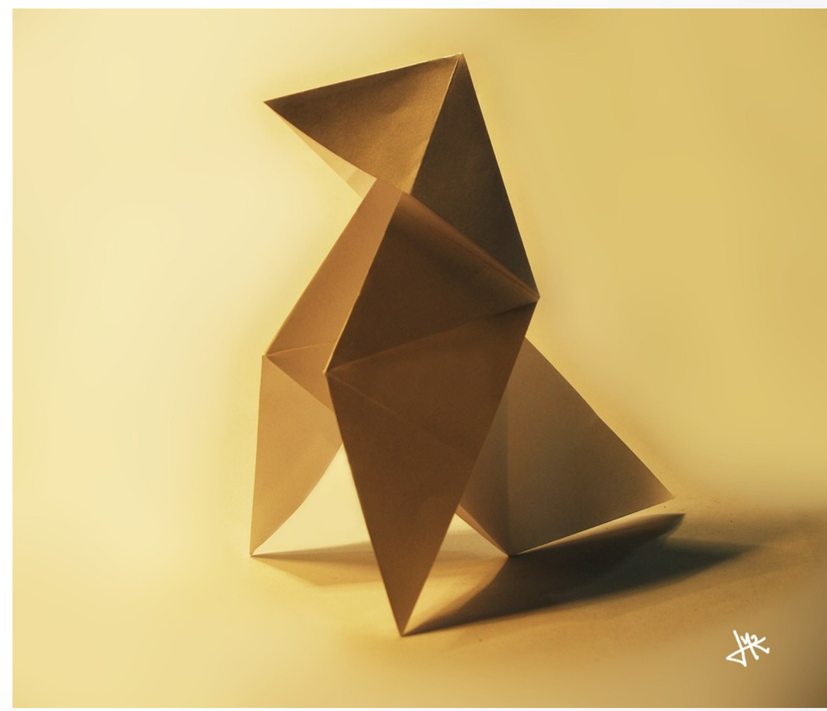
- Europa:
  - 16. Jhdt. Über Ägypten und Mesopotamien nach Spanien.
  - Weiter nach ganz Westeuropa.

Geschichte des Origami

- Lange Zeit nur traditionelle Modelle.



Kranich (Japan)



Pajarita (Spanien)

Bedeutende Personen

- **Akira Yoshizawa (1911 – 2005)**
  - Begründer des modernen Origami.
  - Neue innovative Modelle.
  - System für einfache Faltanleitungen.
  - Über 50.000 Modelle entworfen.
  - Basis für Yoshizawa-Randlett-System. Heutige Notation für Origami.

Bedeutende Personen

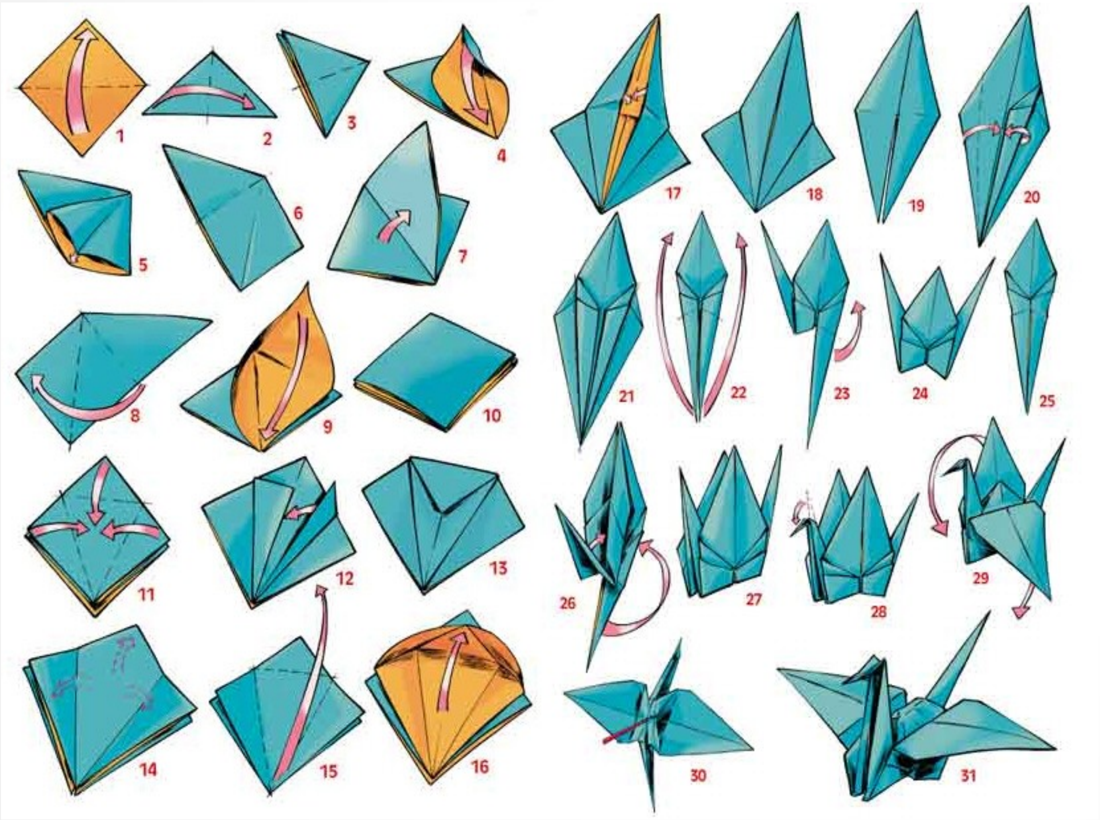
- **Dr. Robert J. Lang (geb. 1961)**
  - Amerikanischer Physiker.
  - Pionier Verwendung von Origami in der Mathematik.
  - Computerprogramme für das Erstellen von Faltmustern entwickelt.

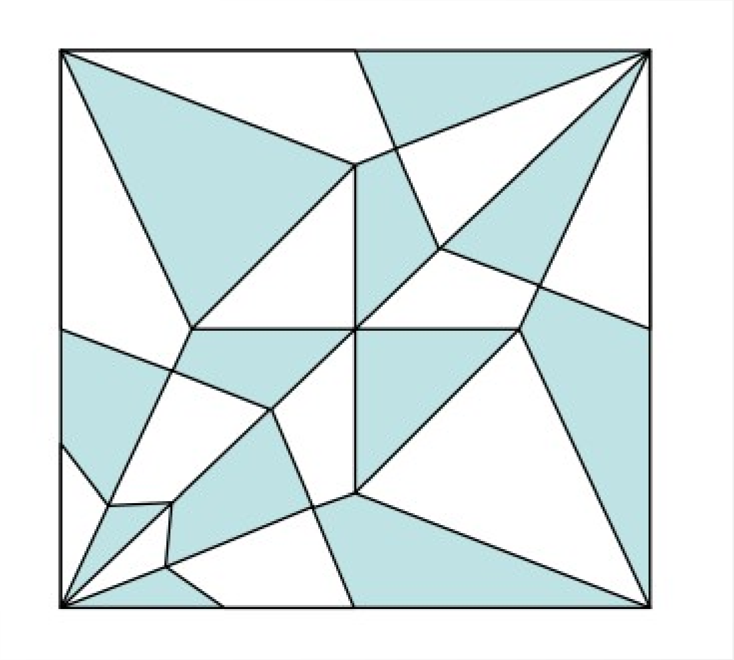
Bedeutende Personen

- **Dr. Erik Demaine (geb. 1981)**
  - Professor am MIT.
  - Mit 20 promoviert und jüngster Professor am MIT.
  - Koryphäe für mathematisches Origami, Datenstrukturen und algorithmische Geometrie.

Faltmuster

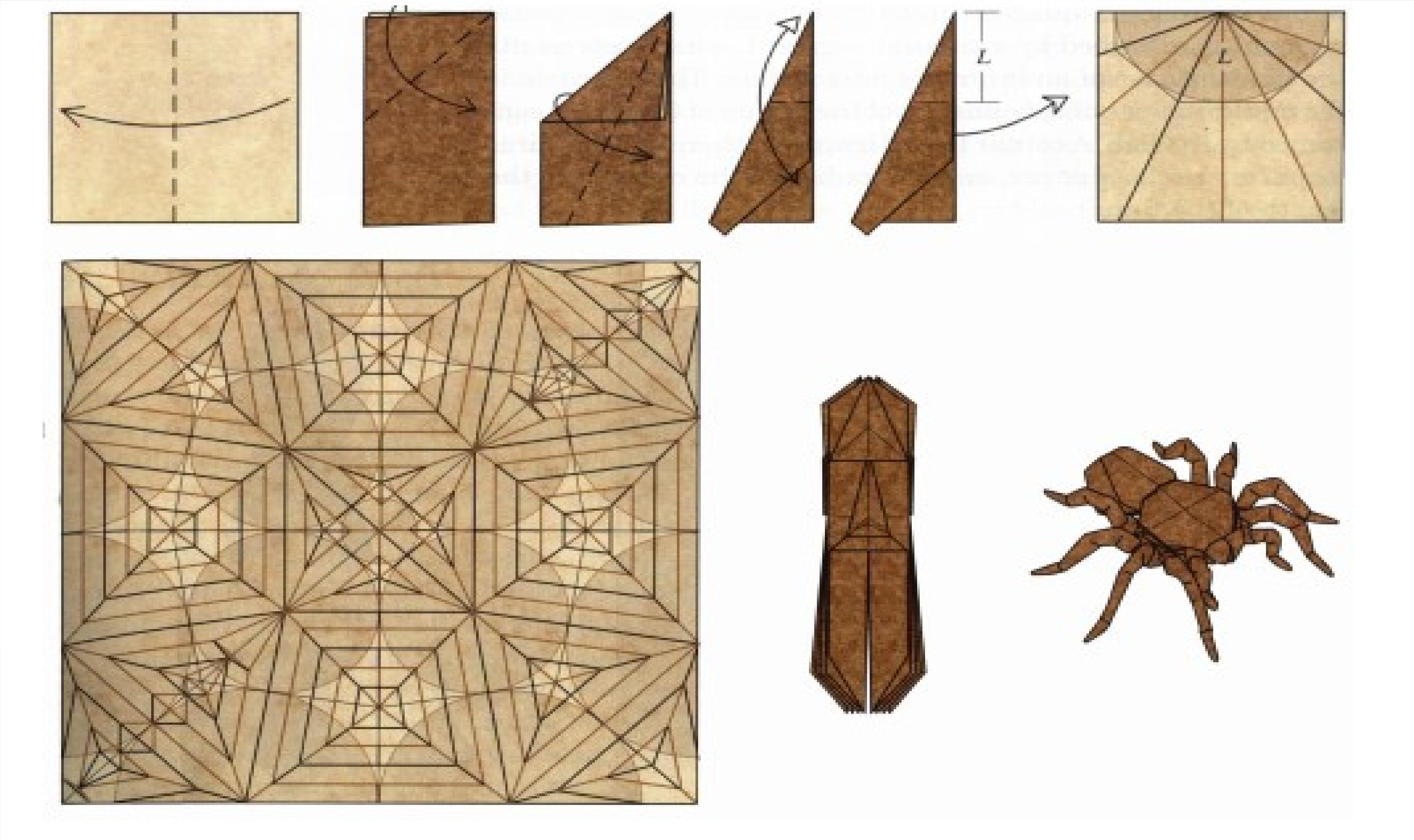
- **Kranich**





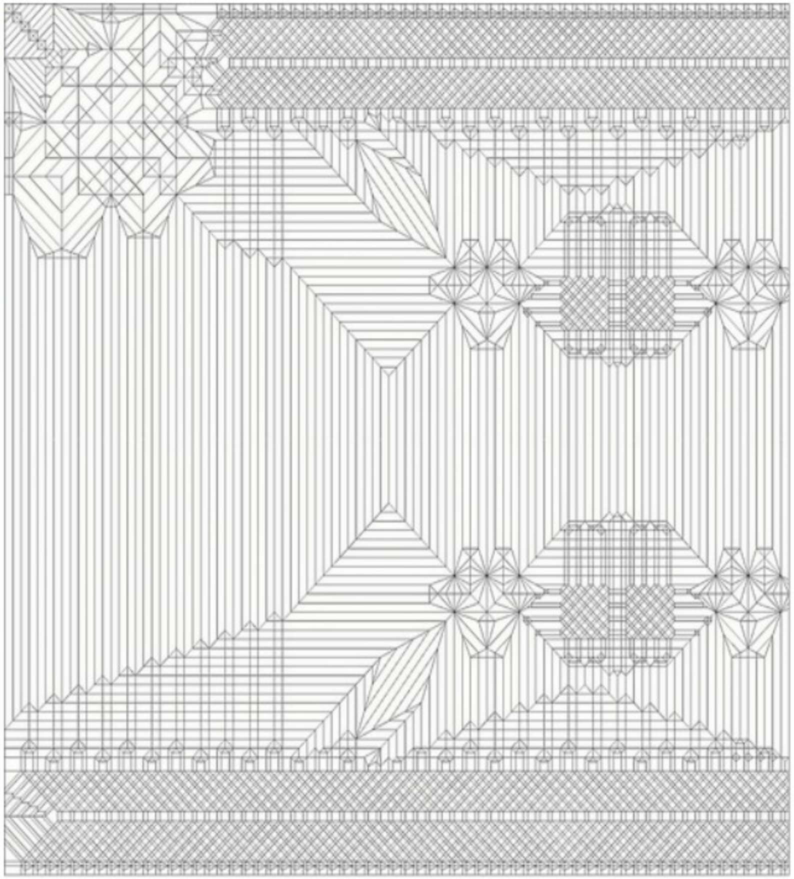
Faltmuster

- **Tarantel**



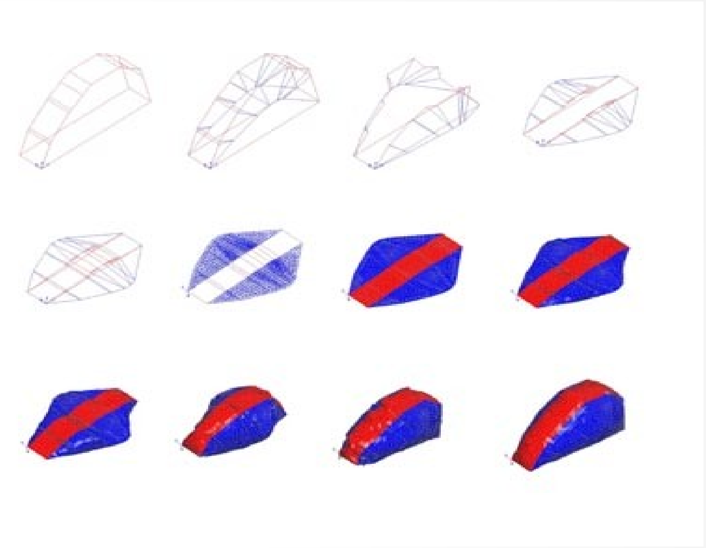
Faltmuster

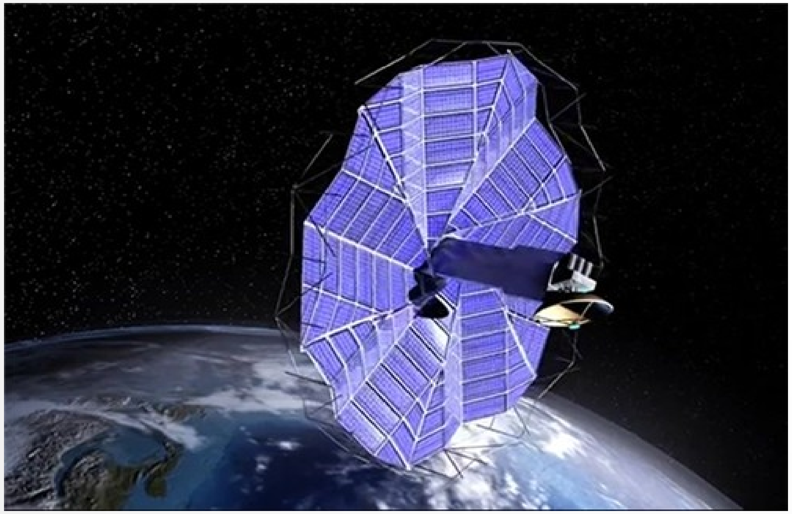
- **Drache**



Anwendungen in der Technik

- **Automobilindustrie**
  - Airbag
  - Knautschzone

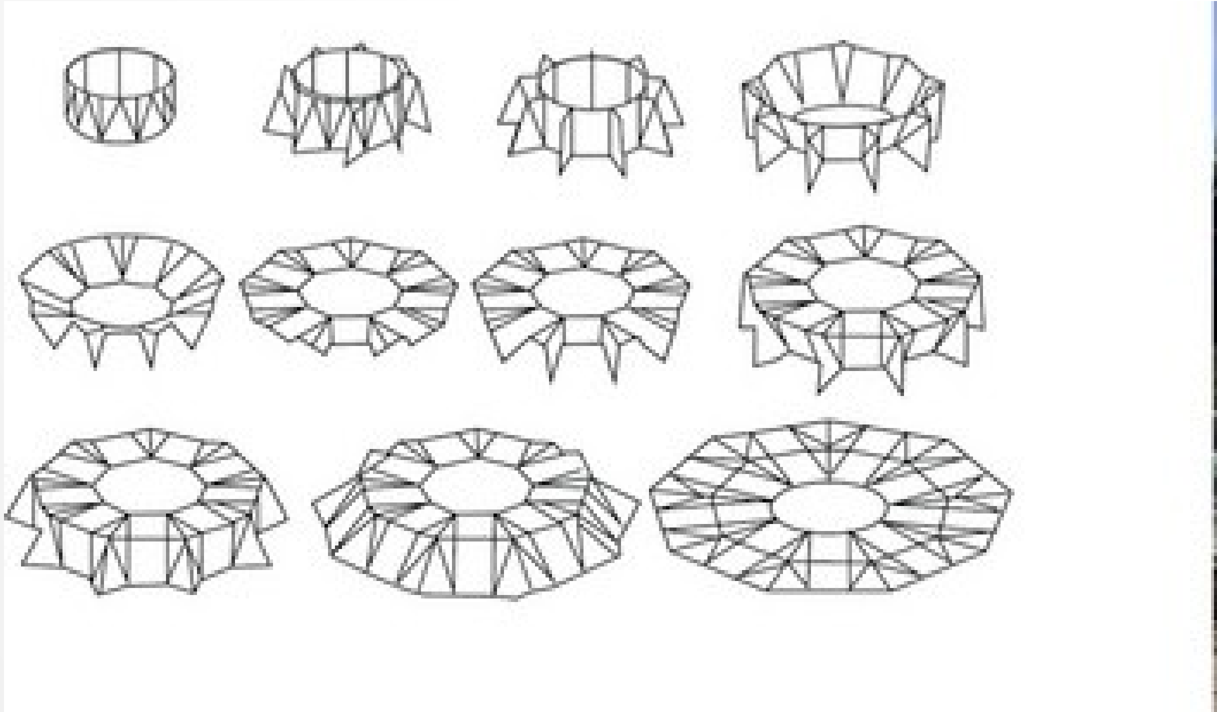




- **Raumfahrt**
  - Solarpanel bei Satelliten

Anwendungen in der Technik

- **Raumfahrt**
  - Ausfahrbare Linse für Weltraumteleskop



Mathematik von Origami

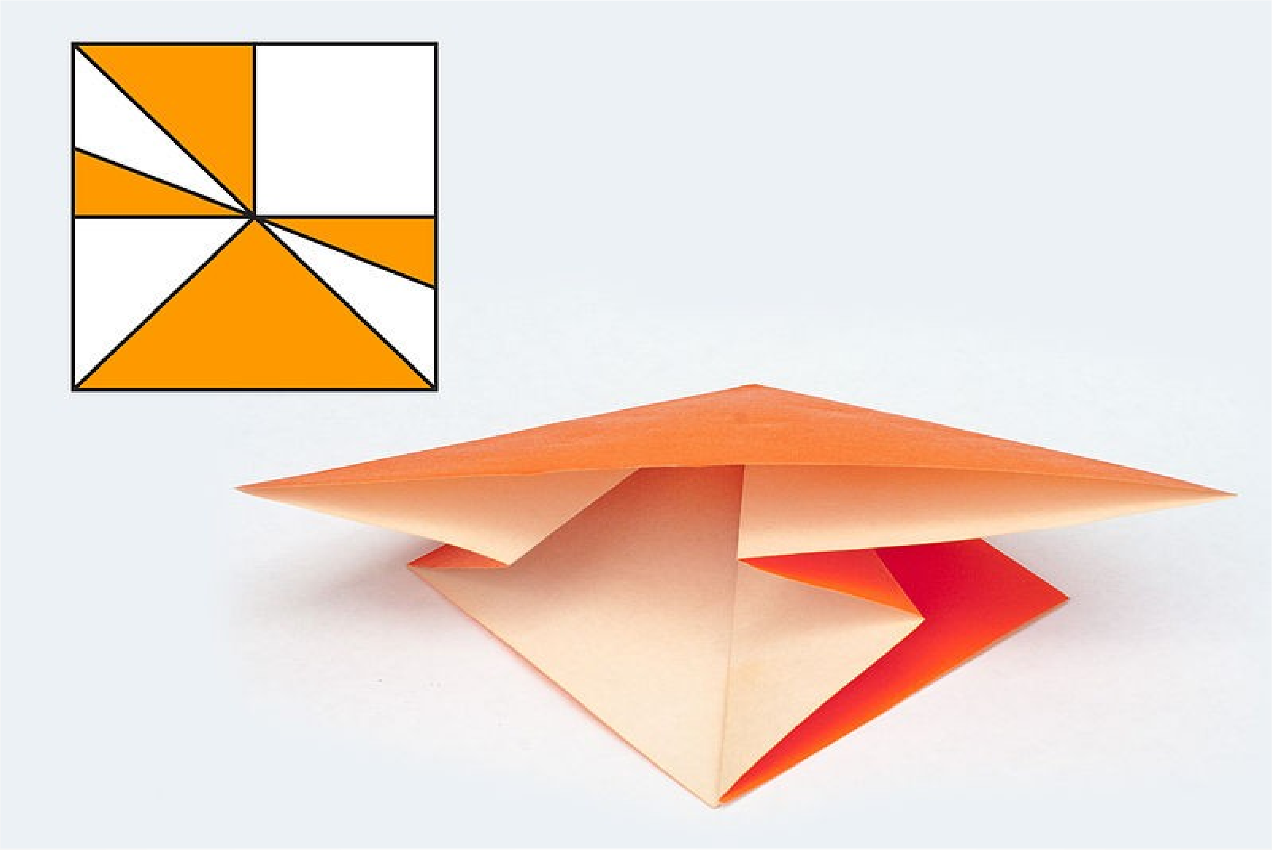
- **Satz von Maekawa**
  - Aussage:
    - Flach gefaltete Figuren, deren Falten im Zentrum zusammenlaufen.
    - Alle Bergfalten (M) und Talfalten (V) addieren und voneinander subtrahieren.
    - Man erhält je nach Betrachtungsweise: $M – V = 2$ bzw. $M – V = -2$
  - Folgerung:
    - $|M – V| = 2$
    - **Dadurch Gesamtzahl der Falten gerade!**

Mathematik von Origami

- **Satz von Kawasaki**
  - Ein Faltmuster mit Zentrum, in dem sich alle Falten treffen, kann man Flach falten (plattdrücken) gdw. die Winkel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Falten (in ungefaltetem Zustand) in der alternierenden Summe null ergeben.
    d.h.: $\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \dots + \alpha_{2n-1} - \alpha_{2n} = 0$
    $\alpha_1 \dots \alpha_{2n}$ Winkel zwischen zwei aufeinanderfolgende Falten. (Anzahl der Falten gerade lt. Maekawa)

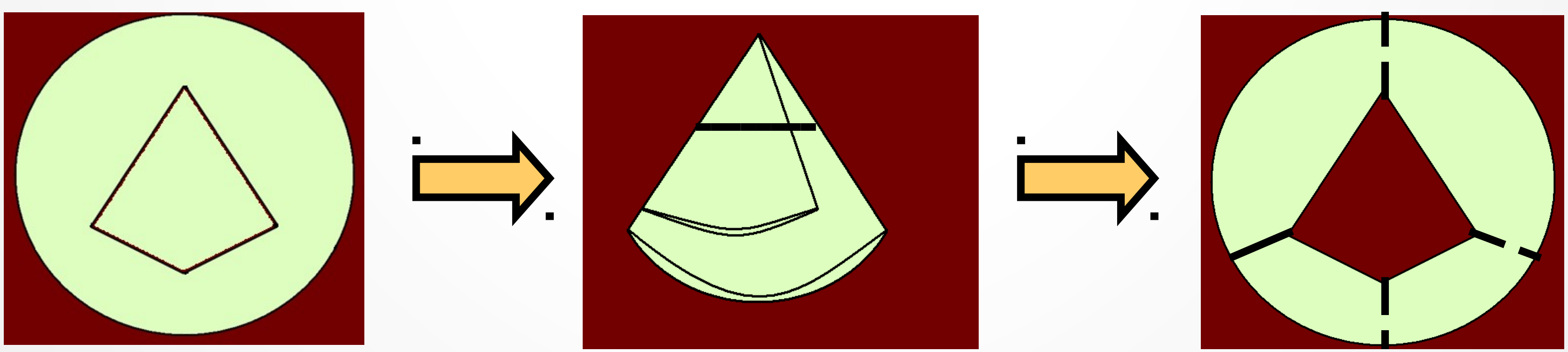
Mathematatik von Origami

- **Satz von Kawasaki**



Mathematik von Origami

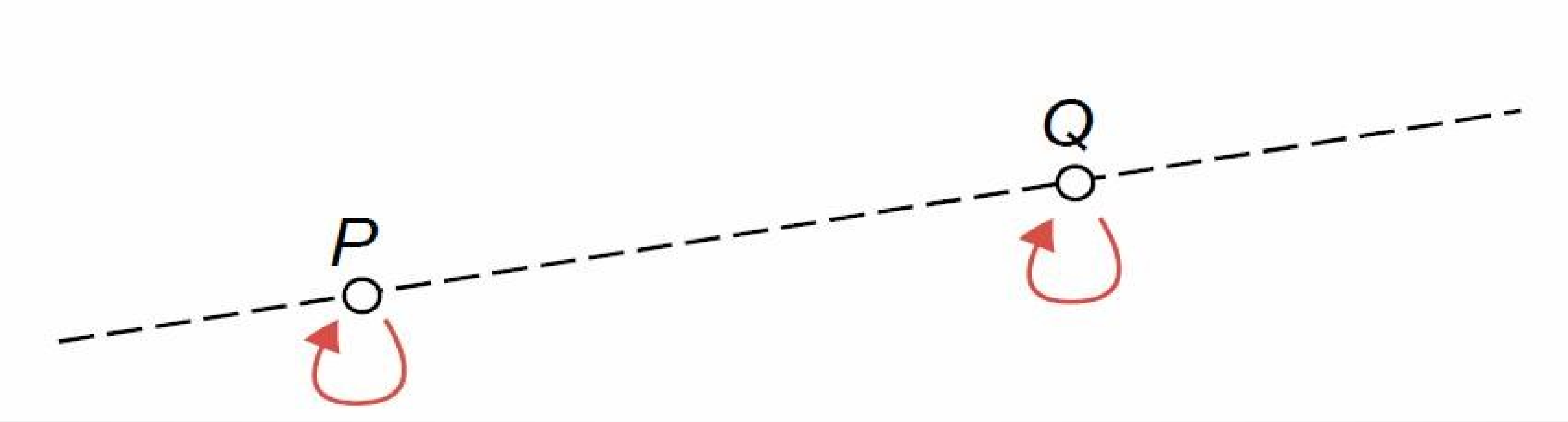
- **Polygon Cutting Theorem**
  - Jedes Polygon, dass man auf ein Blatt Papier zeichnen kann, kann durch Falten des Papiers mit nur einem Schnitt extrahiert werden.



Mathematik von Origami

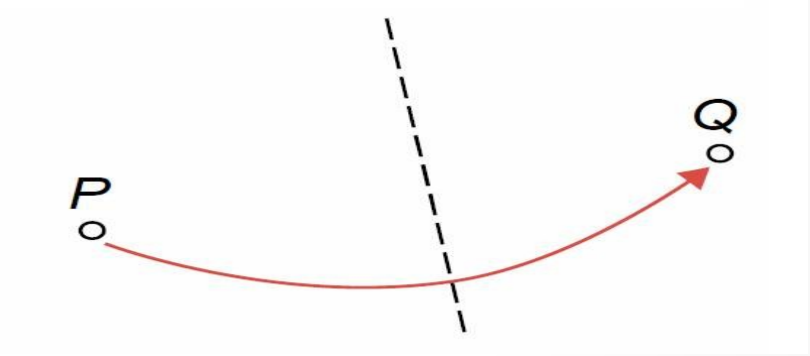
- **Huzita-Justin Axiome**

- **A1**
  - Zwei Punkte P und Q können durch eine Falte verbunden werden.

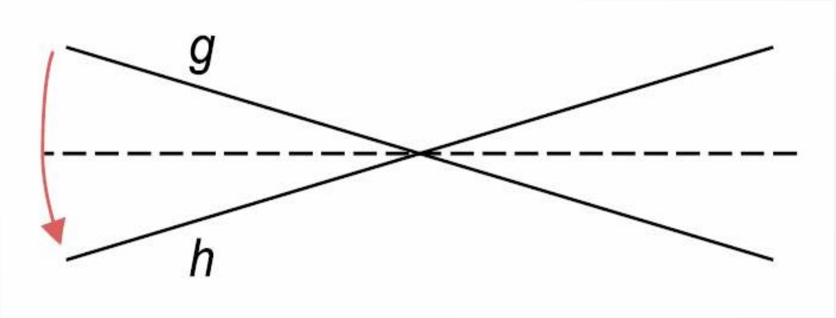


Mathematik von Origami

- **A2**
  - Ein Punkt P kann auf einen Punkt Q gefaltet werden.

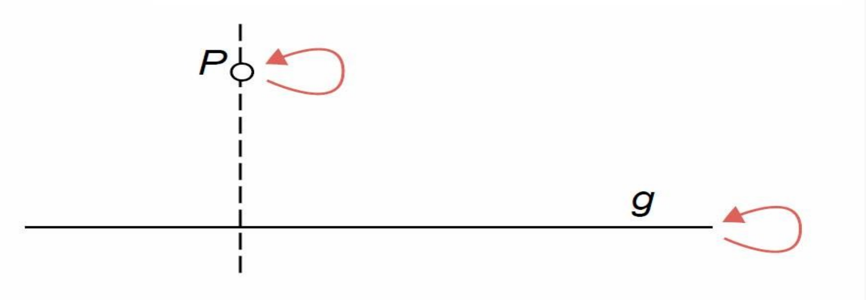


- **A3**
  - Eine Gerade g kann auf eine Gerade h gefaltet werden.

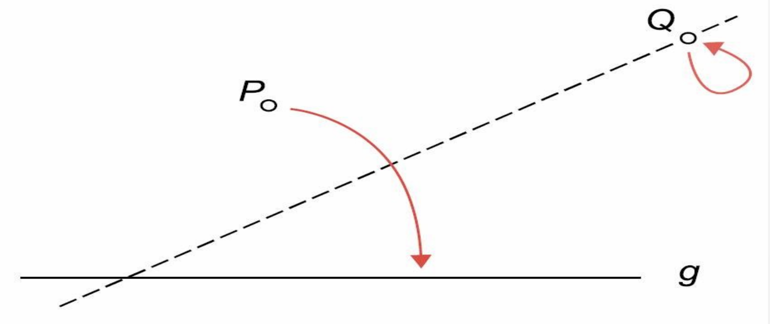


Mathematik von Origami

- **A4**
  - Man kann eine Falte durch einen Punkt P legen, die senkrecht auf einer Geraden g steht.

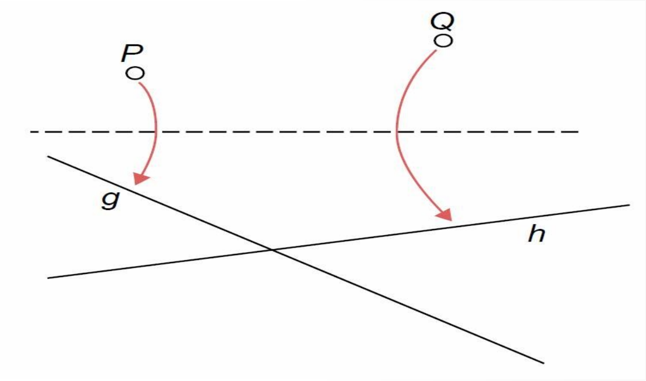


- **A5**
  - Ein Punkt P kann kann so auf eine Gerade g gefaltet werden, dass die Falte durch einen Punkt Q geht.

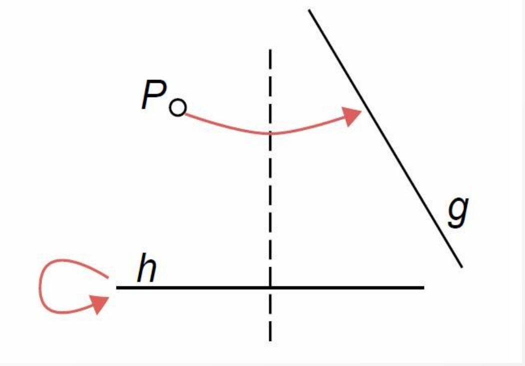


Mathematik von Origami

- **A6**
  - Die Punkte P und Q können auf die Geraden g und h gefaltet werden.

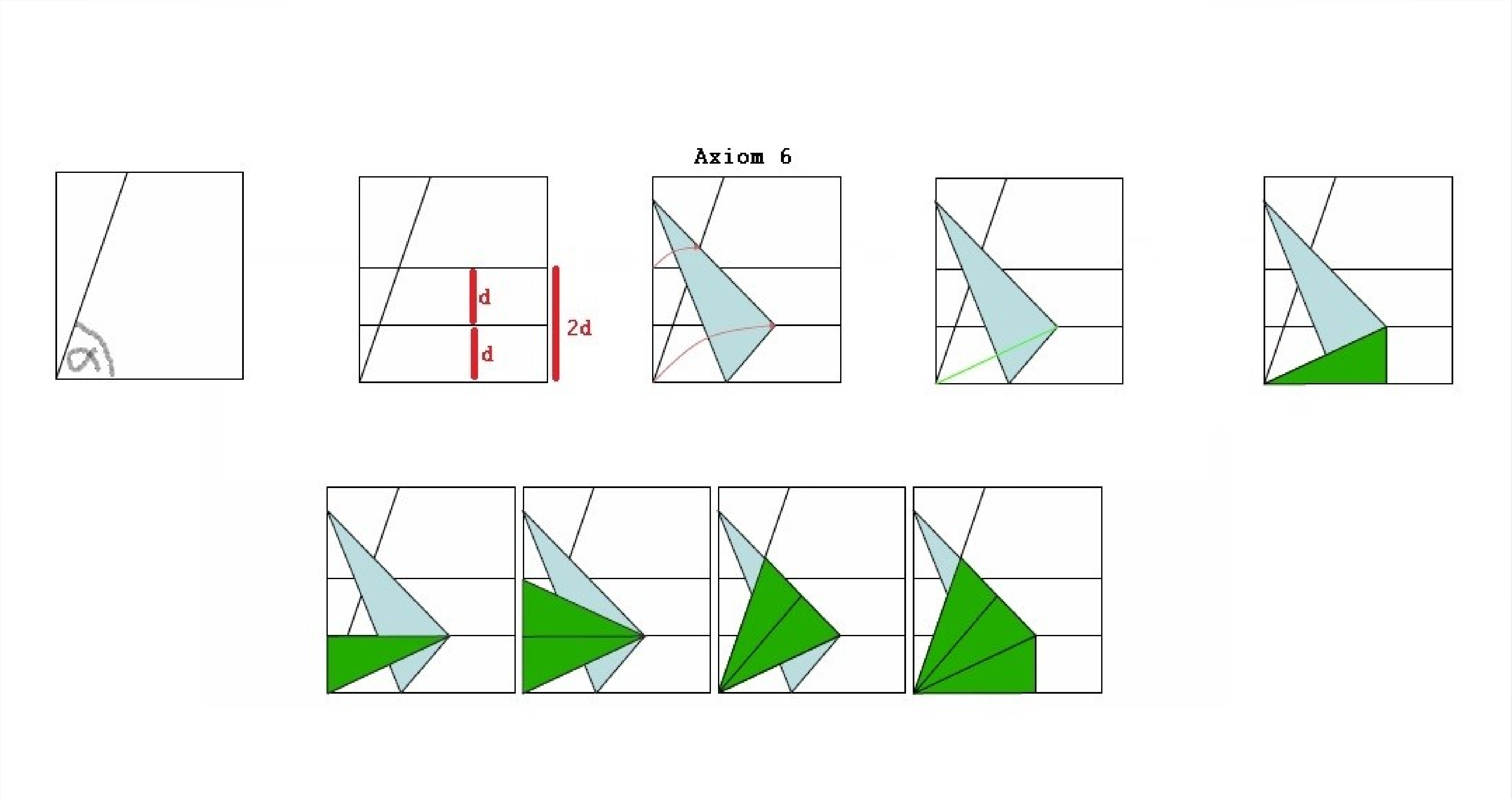


- **A7**
  - Ein Punkt P kann kann so auf eine Gerade g gefaltet werden, dass die Falte senkrecht zur Geraden h steht.



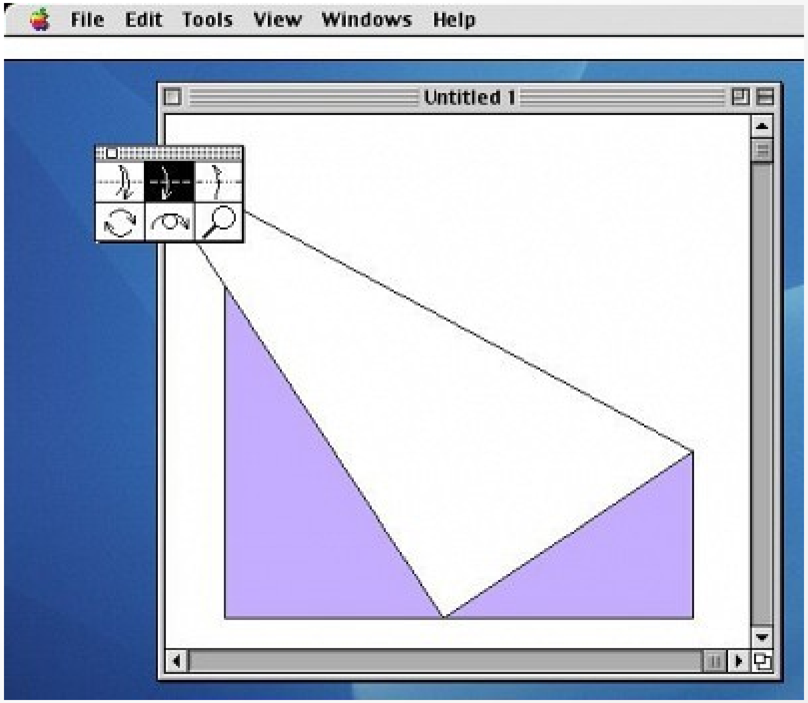
Mathematik von Origami

- **Winkeldreiteilung**



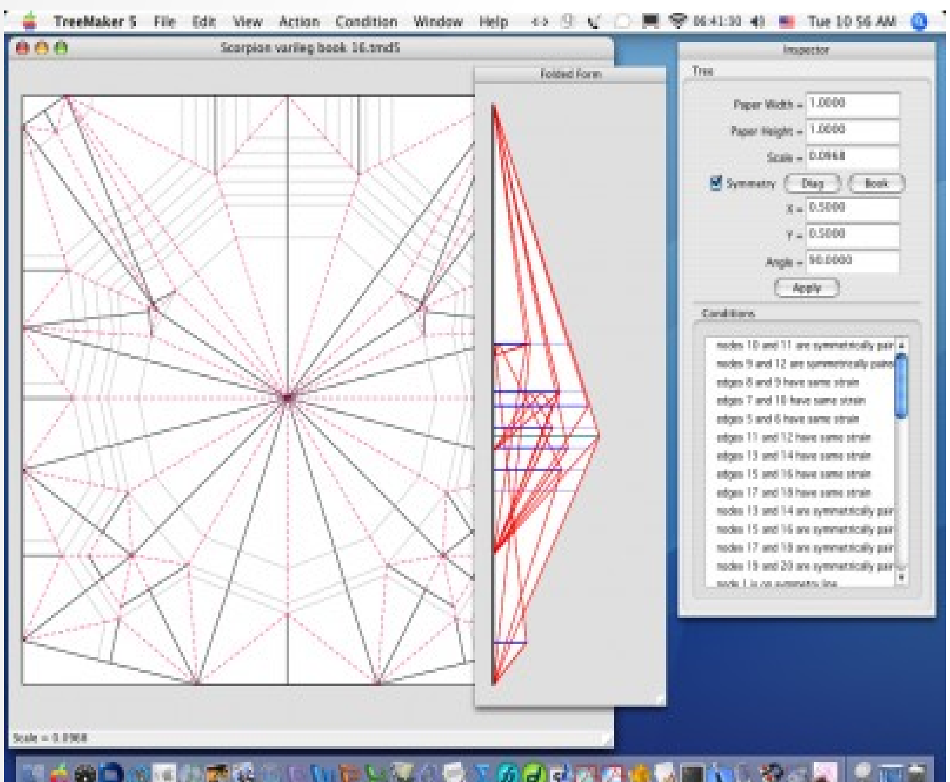
Algorithmen für Origami

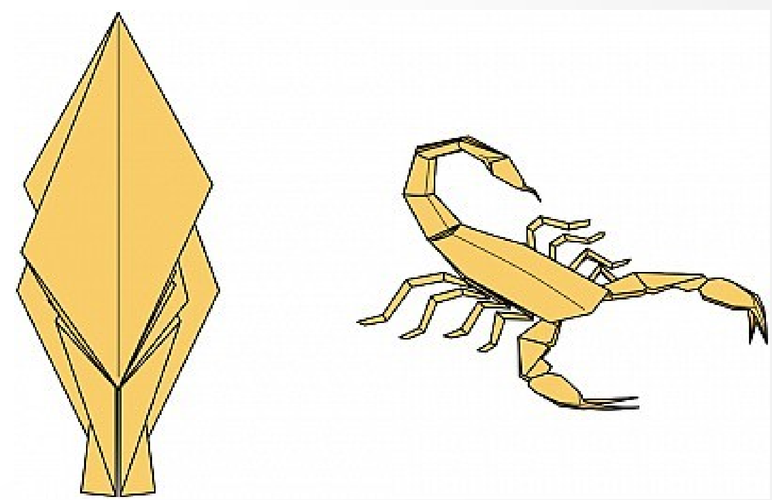
- **Algorithmische Origami**
  - Neuer Teilbereich der Algorithmischen Geometrie.
  - Programme von Robert J. Lang entwickelt.
- **Origami Simulation**



Algorithmen für Origami

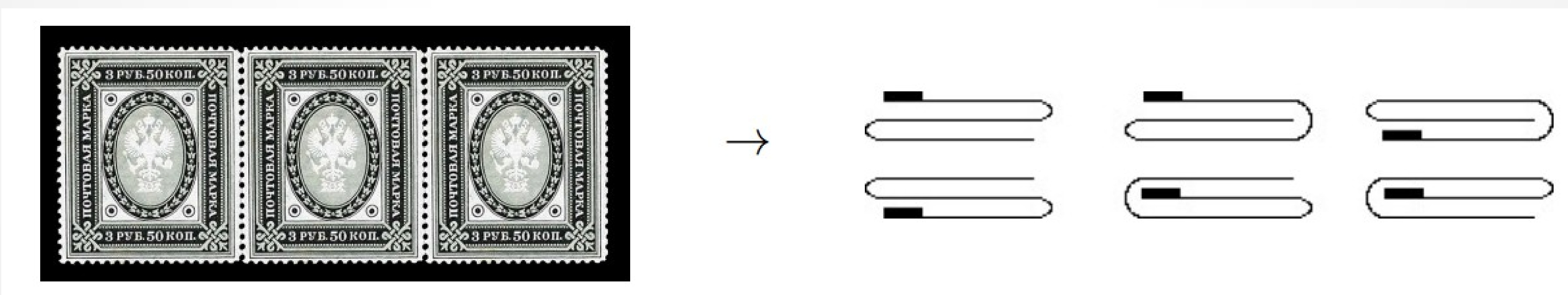
- **Tree Maker**





Algorithmen für Origami

- **Ulam's Briefmarkenproblem**



Briefmarken	2	3	4	5	6	7	8	9
Anzahl Faltungen	2	6	16	50	144	462	1392	4536

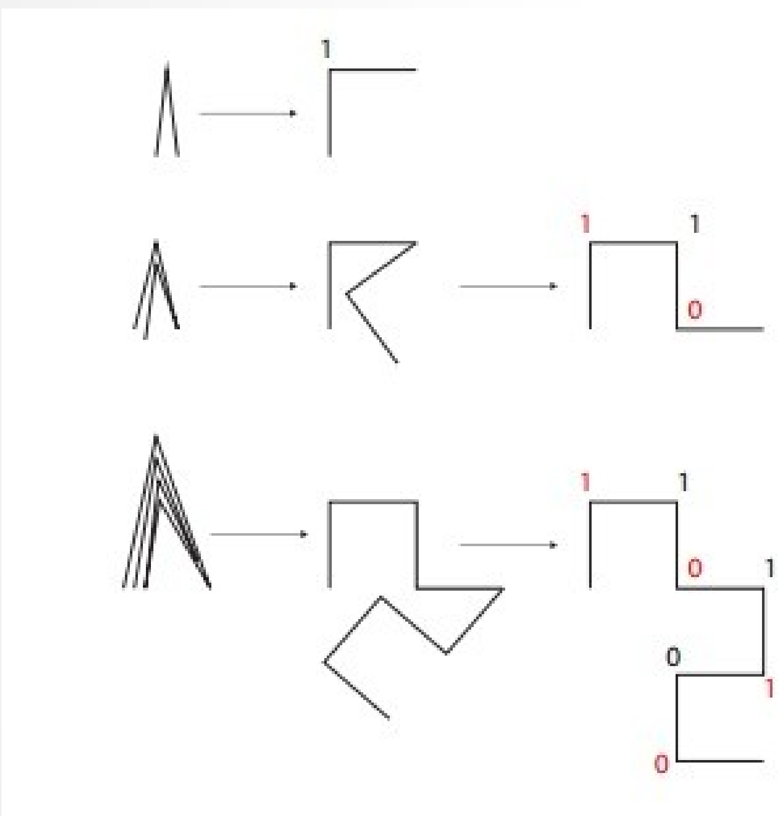
Algorithmen für Origami

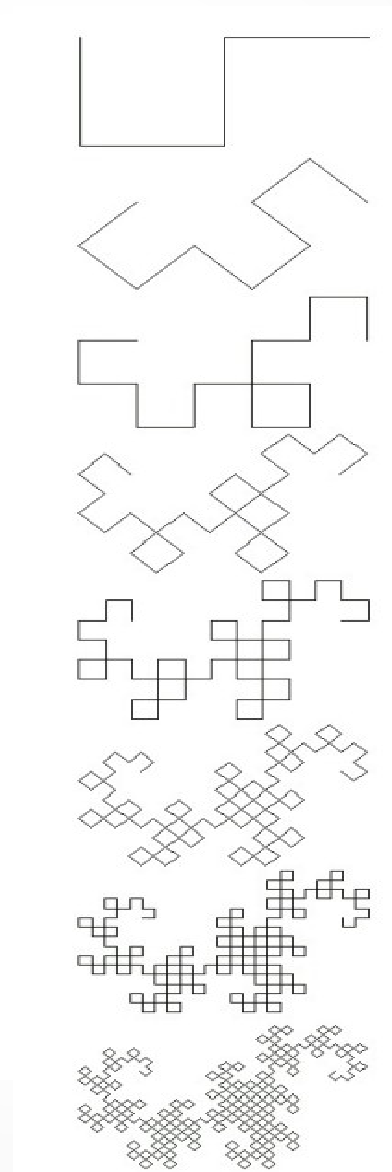
- **Paperfolding Folge**
  - Bildungsgesetz:
    - Beginne mit der Folge, die aus einer einzigen 1 besteht.
    - In jedem Schritt alternierend eine 1 und 0 (inkl. vorne und hinten) dazwischen geschoben.

1. Schritt:								1							
2. Schritt:				1				1				0			
3. Schritt:		1		1		0		1		1		0		0	
4. Schritt:	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0

Algorithmen für Origami

- **Drachenkurve**

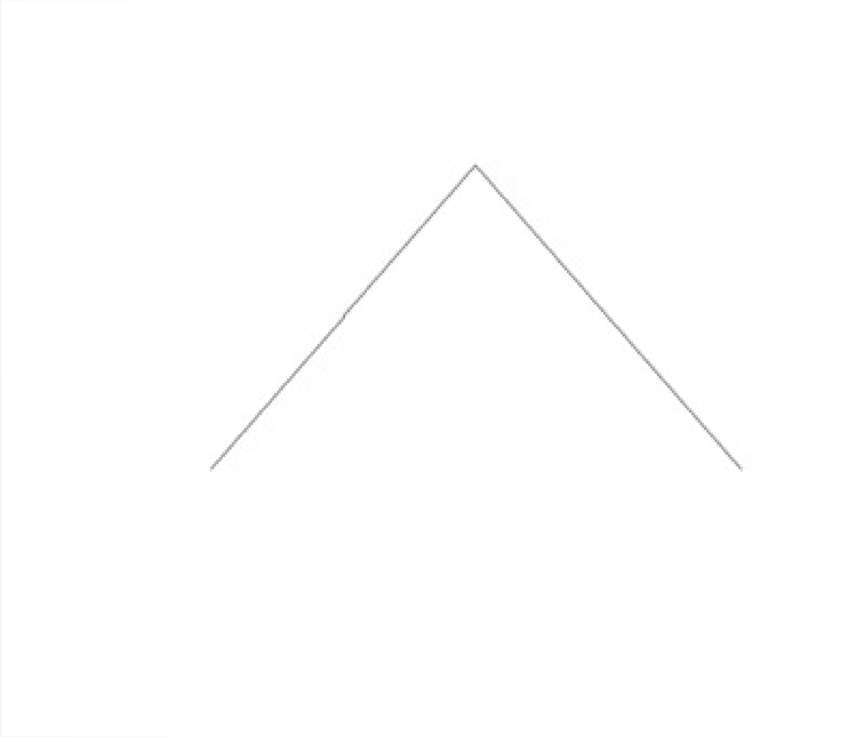


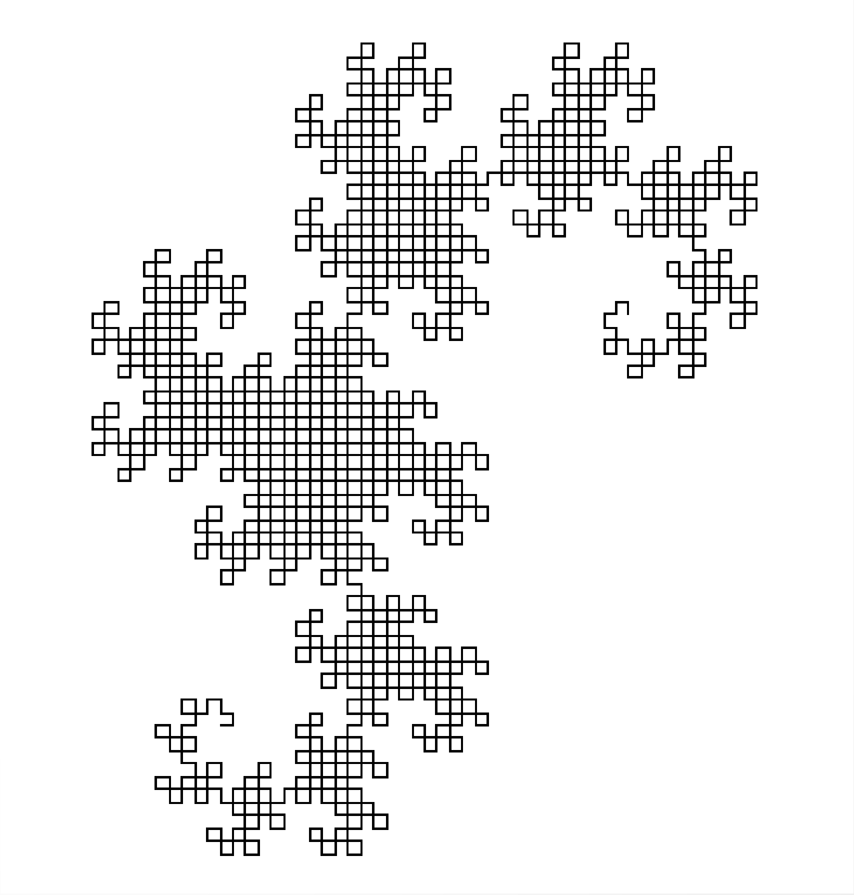


2. Ordnung
3. Ordnung
4. Ordnung
5. Ordnung
6. Ordnung
7. Ordnung
8. Ordnung
9. Ordnung

Algorithmen für Origami

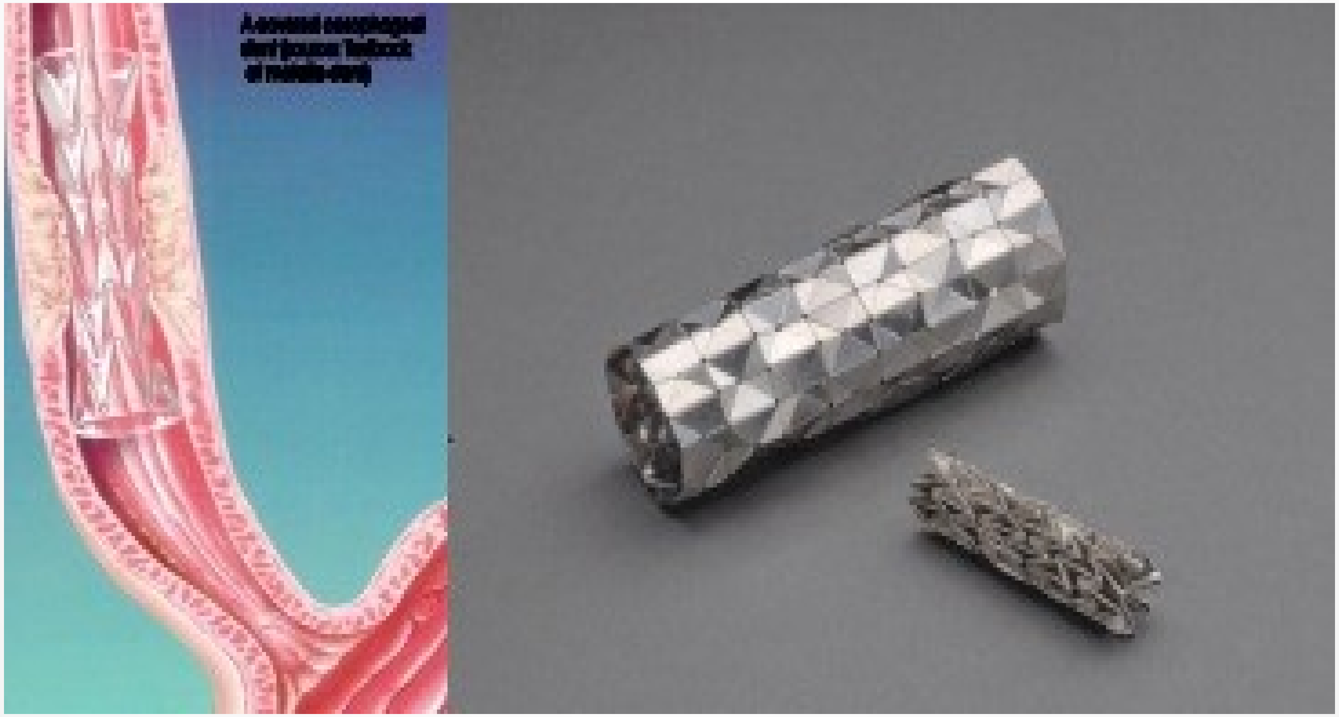
- **Wachstum der Drachenkurve**





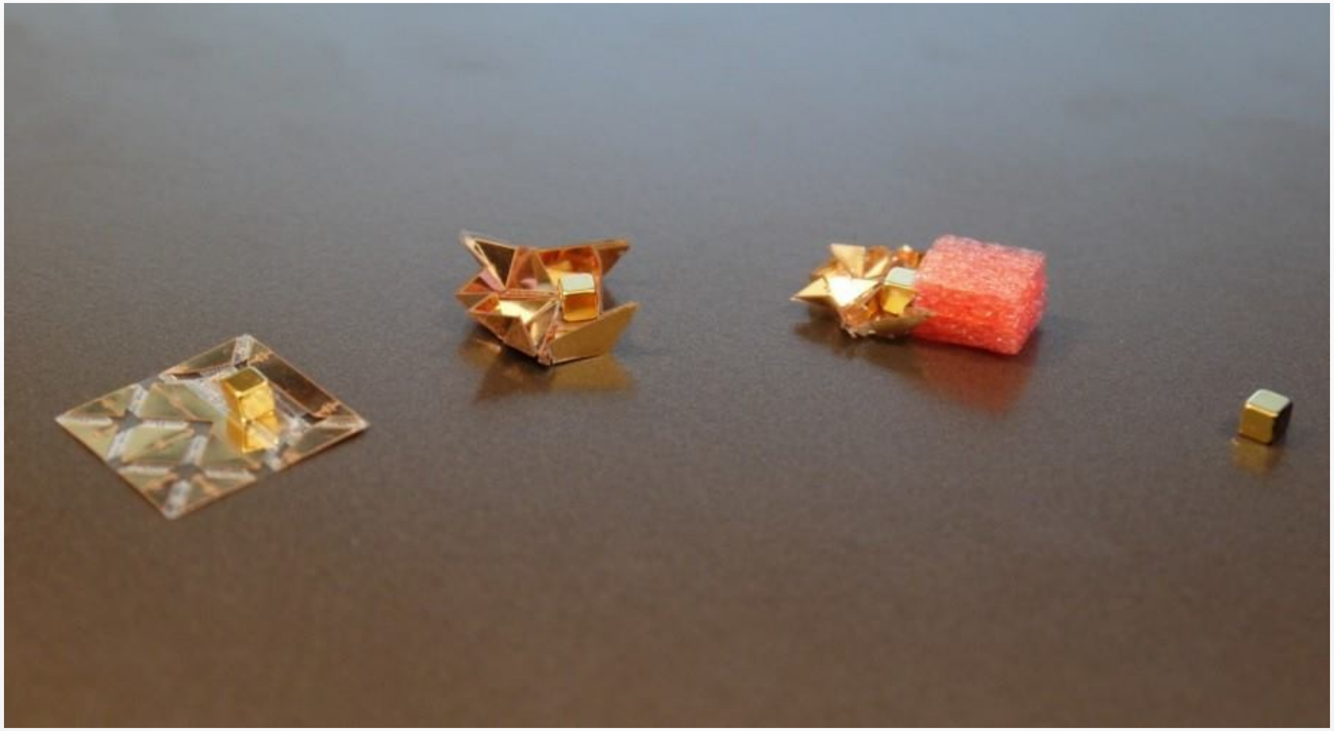
Zukunft

- **Anwendung in der Medizin**
  - **Stent**



Zukunft

- **Anwendung in der Robotik**
  - **Origami Roboter (MIT)**



Quellen

- Norbert Hungerbühler (2013). Origami – von der Kunst und Wissenschaft des Papierfaltens.
- Neil J. A. Sloane. On-line encyclopedia of integer sequences. Http://oeis.org. Besucht: 19.01.2016.
- Robert J. Lang. Origami. www.langorigami.com
- Dragon Curve GIF. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:DragonCurve_animation.gif. Besucht: 19.1.2016
- Erik Demaine, Joseph O'Rourke. Geometric Folding Algorithms: Linkages, Origami, Polyhedra.
- Thomas C. Hall. The combinatorics of Flat Folds: a Survey.

ENDE

- **Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!**