

L-Systeme

Fabian Trattnig, Georg Messner, Benedikt Huber

25. Jänner 2008



Einteilung

- 1 Biografie
- 2 Grundlagen
- 3 Arten
- 4 Anwendung
- 5 Problem

Biografie von A. Lindenmayer

- Geboren am 17. November 1925 in Budapest
- Gestorben am 30. Oktober 1989 in den Niederlanden
- Universitätsabschluss in Chemie, danach emigriert in die USA
- 1968 ein grammatikalisches Modell zur Darstellung von Pflanzen entwickelt

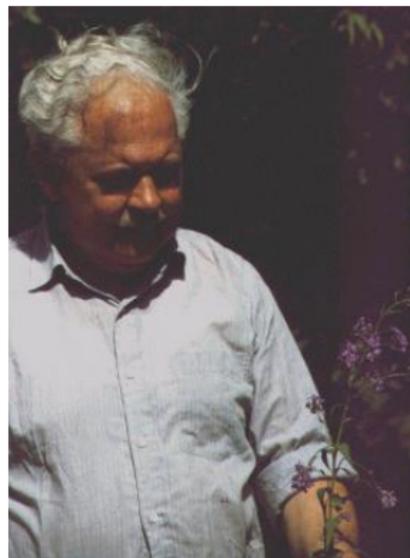


Abbildung: Aristid Lindenmayer

Grundlegende Informationen

- L-System ist Formalismus

Erklärung des Begriffes Formalismus

- Schulrichtung von Grundlagenforschung in der Mathematik
- Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit der Axiomensysteme soll bewiesen werden
- Heute viele Mathematiker formalistische Axiomatiker

Grundlegende Informationen

- L-System ist Formalismus
- Ursprünglich biologischer Nutzen, später auch in Informatik verwendet, zum Beispiel bei Fraktalen

Erklärung von Fraktalen

- Bezeichnet natürliche oder künstliche Gebilde oder geometrische Muster
- Objekt besteht zum Beispiel aus mehreren verkleinerten Kopien von sich selbst
- Durch Formenreichtum auch in Kunst oft verwendet
- Bei L-Systemen Fraktale durch wiederholte Textersetzung gebildet

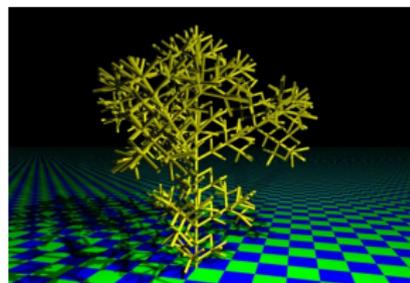


Abbildung: Fraktal

Grundlegende Informationen

- L-System ist Formalismus
- Ursprünglich biologischer Nutzen, später auch in Informatik verwendet, zum Beispiel bei Fraktalen
- Prinzip ist die sukzessiven Ersetzung von Einzelteilen mittels Produktionsregeln (Ersetzungssystem)

Einfaches Beispiel zur Ersetzung

<p>Generative Process</p> <p><u>Inputs:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Iterations: 3 • Initial String: A • Replacement Rules: $A \rightarrow ABA$ $B \rightarrow AC$ <p><u>Replacement Process:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 0) A 1) ABA 2) ABAACABA 3) ABAACABAABACABAACABA 	<p>Interpretative Process</p> <p><u>Inputs:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • String: ABAACABAABACABAACABA • Interpretation Rules: A = Go forward B = Turn right C = Turn left <p><u>Visual Interpretation:</u></p>
--	---

Abbildung: Ersetzungsprozess

Grundlegende Informationen

- L-System ist Formalismus
- Ursprünglich biologischer Nutzen, später auch in Informatik verwendet, zum Beispiel bei Fraktalen
- Prinzip ist die sukzessiven Ersetzung von Einzelteilen mittels Produktionsregeln (Ersetzungssystem)
- Basiert auf der Chomsky-Hierarchie, die eine formale Grammatik ist
- Ersetzung bei L-Systemen parallel (vergleiche Zellteilung bei Pflanzen)
- Beispiel zur Befehlausführung ist die Turtle-Grafik

Turtle Grafik 2D/3D

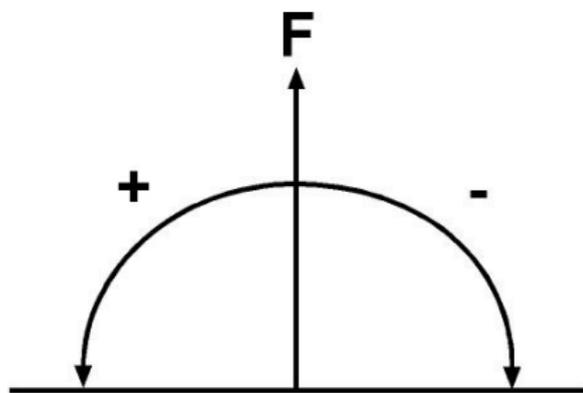


Abbildung: Turtle-Grafik in 2D

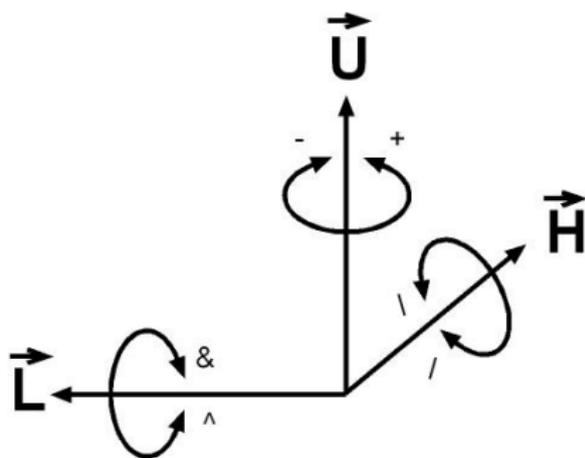


Abbildung: Turtle-Grafik in 3D

Arten von L-Systemen

- Kontextfreie L-Systeme
 - D0L-Systeme
 - geklammerte L-Systeme
 - stochastische L-Systeme
 - parametrische L-Systeme

- Kontextsensitive L-Systeme
 - 2L-Systeme
 - 1L-Systeme

D0L Systeme

- D steht für **D**eterministisch und 0L steht für kontextfreies L-Systeme
- Beschreibbar als geordnetes Tripel

Formale Beschreibung

$$G = (V, \omega, P)$$

- V ist das Alphabet des Systems
- $\omega \in V^+$ ist das Axiom
- P ist Menge von geordneten Paaren, die die Ersetzungsregeln bilden
- 0L-System ist deterministisch, wenn $\forall a \exists! x \Rightarrow a \rightarrow x$

Geklammerte Systeme

- Erweiterung um Klammer-Symbole [], um Verzweigungen der Natur darzustellen
- [: Der aktuelle Zustand wird gespeichert
-]: Oberstes Stack-Element wird neuer Zustand

Stochastische Systeme

- Beschreibbar als Quadrupel

Formale Beschreibung

$$G_{\pi} = (V, \omega, P, \pi)$$

- Wird für Abweichungen der Pflanzen verwendet (realistischer)
- Die Ersetzungsregeln basieren auf Wahrscheinlichkeiten

Parametrische Systeme

- Zur Darstellung von beliebigen Winkeln und Strecken

Formale Beschreibung

$$G = (V, \Sigma, \omega, P)$$

- Σ bestimmt die Menge der formalen Parameter
- P bestimmt endliche Menge der Produktionen mit Parametern der Menge Σ

2L Systeme

- Kontext wird berücksichtigt, um die Interaktion einzelner Pflanzenteile darzustellen
- Der linke und der rechte Kontext darf nur aus einem Zeichen bestehen

Formale Beschreibung

$$A_l < a > a_r \rightarrow x$$

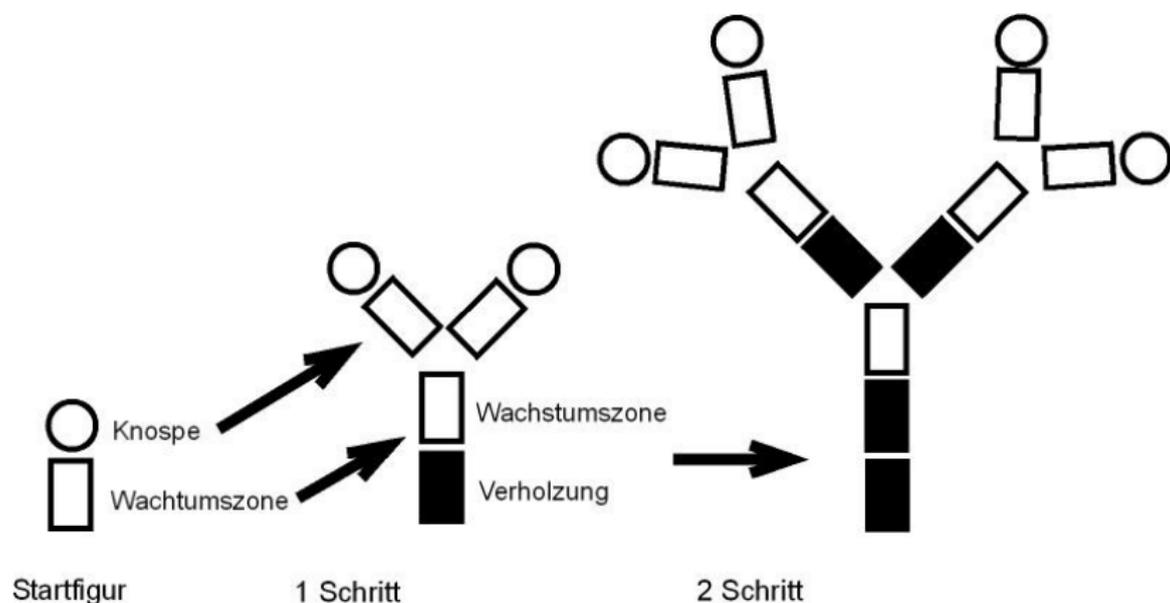
1L Systeme

- Nur einer der 2 Kontexte wird berücksichtigt

Formale Beschreibung

$$a_l < a \rightarrow x \quad \text{oder} \quad a > a_r \rightarrow x$$

Zeichnen von Pflanzen (vereinfacht)



Anwendung bei Fibonacci Zahlen

- Bezeichnet nach dem italienischen Mathematiker Leonardo von Pisa, genannt Fibonacci
- Zahlenreihe: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, etc...
- Das nachfolgende Glied berechnet sich aus der Summe seiner beiden Vorgänger
- Variablen: A, B
- Keine Konstanten
- Axiom: A
- Regeln: $A \rightarrow B$ und $B \rightarrow AB$

Koch - Kurve

- Variablen: F
- Konstanten: +, -
- Beginn (Axiom): F

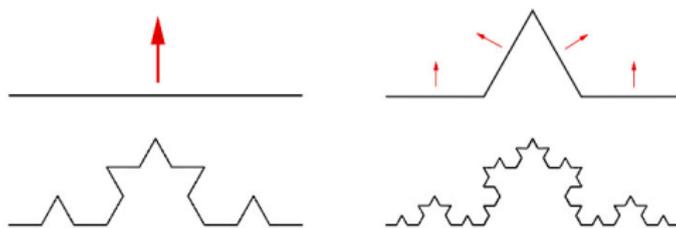


Abbildung: Koch - Kurve

- Regeln:
 $(F \rightarrow F + F - -F + F)$

Beispiel anhand eines Programms

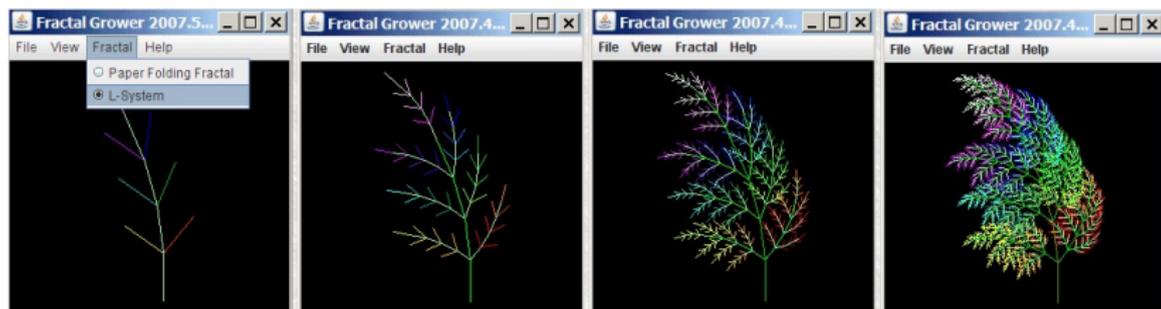


Abbildung: Fractal Grower

Problem mit L-Systemen

- Ein Problem ist das Invertierungs-Problem
- Zu einer bestehenden Zeichenkette eine möglichst kurze Beschreibung zu finden ist schwer
- Optimierungsproblem

Text- und Bilderquellen

- medien.informatik.uni-ulm.de/lehre/courses/ss02/Computergrafik/FlorianBreier.pdf
- <http://cs.unm.edu/~joel/PaperFoldingFractal/paper.html>
- home.ph-freiburg.de/deisslerfr/programme/lindenmayer.pdf
- <http://de.wikipedia.org/wiki/L-Systeme>
- <http://en.wikipedia.org/wiki/L-system>
- <http://olli.informatik.uni-oldenburg.de/lily/LP/flow1/page4.html>
- http://www.koncon.nl/public_site/220/Sononieuw/NL/thesis-pdf/Stelios%20Manousakis-Musical%20L-systems.pdf
- http://de.wikipedia.org/wiki/Formalismus_%28Mathematik%29
- <http://de.wikipedia.org/wiki/Fraktal>
- http://www.mh-portfolio.com/L_Systems/ls2.html
- http://de.wikipedia.org/wiki/Bild:Koch_curve_%28L-system_construction%29.jpg
- <http://www.einfachrauh.gmxhome.de/Kunst/Fraktal.jpg>
- <http://home.wtal.de/schwebin/lsypics/einflsys01.jpg>
- http://davidtran.doublegifts.com/blog/images/lsys_fractal_plant.jpg

Ende

Danke für die
Aufmerksamkeit

Gibt es noch
Fragen ?