# VO „Diskrete Mathematik“ (SS 2016)

3. Klausur am 16. Dezember 2016

Name: Matrikelnummer:

*Bitte schreiben Sie sauber und leserlich mit Kugelschreiber oder Füllfeder (blau, schwarz oder grün, nicht rot) auf DIN A4 Papier. Bitte geben Sie ausreichend Zwischenschritte an, sodaß Ihre Rechnung oder Argumentation nachvollziehbar ist. Bei Fragen mit Ja/Nein-Antworten ist immer eine detaillierte Begründung notwendig — eine richtige Antwort ohne entsprechende Zwischenschritte, Erklärung oder Begründung wird mit 0 Punkten beurteilt! Achten Sie weiters auf eine mathematisch präzise und korrekte Formulierung. Es dürfen keine schriftlichen Unterlagen, kein Handy und kein Computer (oder Computer-ähnliches Gerät wie Taschenrechner, PDA) verwendet werden! Für die **11 Fragen** sind insgesamt **100 Punkte** zu erreichen.*

**Frage 1**: [10 Punkte]
Ist ein Baum mit mindestens zwei Knoten stets ein bipartiter Graph? Warum (nicht)?

**Frage 2**: [8 Punkte]
Ist ein jeder Baum ein planarer Graph? Argumentieren Sie Ihre Antwort. (Ja oder Nein reicht natürlich nicht!)

**Frage 3**: [12 Punkte]
Wir betrachten eine halbgeordnete Menge $(S, \succeq)$ und verlangen, daß jede nicht leere Teilmenge von $S$ ein kleinstes Element hat. Muß $S$ dann durch $\succeq$ sogar total geordnet sein? Warum (nicht)?

**Frage 4**: [12 Punkte]
Wir wissen, daß $v - e + f = 2$ für planare Graphen gilt. Warum hat dann ein jeder dreiecksfreie planare Graph zumindest einen Knoten vom Grad höchstens drei?

**Frage 5**: [8 Punkte]
Was besagt das “Master Theorem” der Rekurrenzgleichungen?

**Frage 6**: [8 Punkte]
Was besagt der Chinesische Restsatz?

**Frage 7**: [8 Punkte]
Muß eine jede wohlfundierte Ordnung eine totale Ordnung sein?

**Frage 8**: [10 Punkte]
Für welche Paare $(n,m) \in \mathbb{N}^2$ ist das nachstehend definierte Prädikat $P$ wahr?

$$P(n,m) :\Leftrightarrow \begin{cases} \top & \text{falls } n = m = 1, \\ \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{1, m\} \quad n \nmid m & \text{falls } n > 1 \text{ oder } m > 1. \end{cases}$$

**Frage 9**: [8 Punkte]
Warum ist auf $(M, \prec)$ das Prinzip der wohlfundierten Induktion nicht anwendbar, wenn die strikte Halbordnung $\prec$ nicht wohlfundiert ist?

**Frage 10**: [8 Punkte]
Was versteht man unter „Iterieren“ bei Rekurrenzgleichungen? Lösen Sie damit die Rekurrenzgleichung $t_n = t_{n-1} + n$, wobei $t_0 := 0$.

**Frage 11**: [8 Punkte]
Sei $\mathcal{G}$ ein Graph und $\mathcal{K}$ ein Hamiltonscher Kreis in $\mathcal{G}$. Ist $\mathcal{K}$ dann auch notwendigerweise eine Eulersche Tour in $\mathcal{G}$? Warum (nicht)?

Viel Erfolg!