

50. Ein Kryptographiesystem führt eine gewisse Anzahl n von zufälligen Tests durch, um zu überprüfen, ob ein Schlüssel gültig ist. Bekannt ist, dass bei einem falschen Schlüssel die Wahrscheinlichkeit p , dass ein einzelner Test bestanden wird, immer gleich ist. Du schaffst es, für fünf beliebige Schlüssel zu ermitteln, wie viele Tests bestanden wurden, nämlich:

137, 145, 148, 159, 161

n und p sind jedoch unbekannt. Welche Verteilung besitzen diese Werte? Ermittle Schätzer (und Schätzwerte) für n und p nach der Momentenmethode.

51. Gegeben ist die Dichtefunktion $f(x) = \frac{1}{2}a^3x^2e^{-ax}$ für $x \geq 0$. Ermittle einen Maximum-Likelihood-Schätzer für a und berechne die Schätzung für die Stichprobe:

5.4, 4.1, 8.8, 5.1, 6.6

52. Eine Zufallsvariable X sei gleichverteilt auf $[0, a]$ und x_1, \dots, x_n eine Stichprobe von X . Überprüfe, ob $\hat{a} := \frac{n+1}{n} \max_i x_i$ ein erwartungstreuer Schätzer für a ist. *Anleitung:* Berechne die Verteilungsfunktion von \hat{a} auf $[0, \frac{n+1}{n}a]$ ($F_{\hat{a}}(x) = P(\hat{a} \leq x)$); außerhalb von $[0, \frac{n+1}{n}a]$ ist $F_{\hat{a}}$ natürlich 0 bzw. 1). Berechne nun die Dichte $f_{\hat{a}}$ durch Ableitung von $F_{\hat{a}}$. Jetzt den Erwartungswert: $E(\hat{a}) = \int_0^{\frac{n+1}{n}a} x f_{\hat{a}}(x) dx$. Ist das Ergebnis gleich a ?

53. Im Skriptum wird gezeigt, dass die empirische Varianz ein erwartungstreuer Schätzer für die Varianz ist. Ist dadurch auch die empirische Standardabweichung s ein erwartungstreuer Schätzer für die Standardabweichung σ ? Begründe die Antwort. Hinweis: Betrachte $V(s)$ und den Verschiebungssatz.