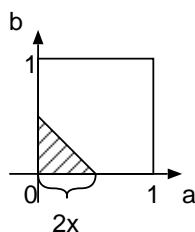


31. In einer Urne befinden sich zwei schwarze und drei weiße Kugeln. Es wird so lange eine Kugel *ohne Zurücklegen* gezogen, bis eine schwarze gezogen wird. Sei X die Anzahl der Kugeln, die dabei gezogen wird. Bestimme den Erwartungswert von X .
32. Wie Beispiel 31 nur *mit Zurücklegen*. Berechne den Erwartungswert von X sowie die Wahrscheinlichkeit $P(X < 8)$.
33. Die Serienproduktion von Glühbirnen erfolgt mit einem Ausschussanteil von 1%. Aus der laufenden Produktion wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 100$ entnommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält diese Stichprobe drei oder mehr defekte Glühbirnen? Löse das Beispiel mittels
- Binomialverteilung,
 - Poissonverteilung als Approximation.

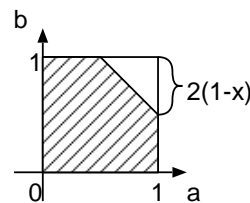
34. *Wiederholung:* Gib die Regeln für die Ableitungen $\frac{d}{dx} x^n$, $\frac{d}{dx} (af(x) + bg(x))$, $\frac{d}{dx} f(x) \cdot g(x)$, $\frac{d}{dx} \frac{f(x)}{g(x)}$, $\frac{d}{dx} f(g(x))$, $\frac{d}{dx} \ln x$ und die unbestimmten Integrale $\int x^n dx$ für $n \neq -1$, $\int af(x) + bg(x) dx$, $\int \frac{1}{x} dx$, $\int f(x)g(x) dx$ an, wobei a und b reelle Zahlen, f' und g' die Ableitungen der Funktionen f bzw. g und F und G Stammfunktionen von f bzw. g sind.

Löse nun die Ableitung $\frac{d}{dx} \frac{1+x^2}{(2+x)(1-x)}$ und das bestimmte Integral $\int_0^1 (2+x^2)(1-x) dx$.

35. Eine stetige Zufallsvariable X habe die Verteilungsfunktion $F_X(x) = x^2(3 - 2x)$ im Bereich $0 \leq x \leq 1$. Berechne $E(X)$ und $V(X)$.
36. Betrachte den Mittelpunkt $X = \frac{a+b}{2}$ zweier zufälliger (unabhängig gleichverteilter) Punkte a, b aus dem Einheitsintervall $[0, 1]$. Das Ereignis „ $X \leq x$ “ (aus der Ergebnismenge $\Omega = [0, 1]^2$) lässt sich für $0 \leq x \leq 1$ auf folgende Weise darstellen:



für $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$



für $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

Ermittle die Verteilungsfunktion und die Dichtefunktion von X (jeweils mit Fallunterscheidung $x \leq \frac{1}{2}$, $x \geq \frac{1}{2}$) und skizziere diese. Berechne daraus den Erwartungswert und die Varianz von X .