

43. Es werden 10 Liter Wein aus 10 Fässern in einen Behälter abgefüllt. Der Wein in den Fässern hat einen Alkoholgehalt von 8% mit einer Standardabweichung von 2%. Die Fässer sind voneinander unabhängig. Berechne Erwartungswert und Standardabweichung des Alkoholgehalts in dem Behälter, wenn
- (a) die 10 Liter aus einem einzigen Fass stammen,
 - (b) jeder Liter aus einem anderen Fass stammt,
 - (c) je zwei Liter aus dem gleichen Fass stammen.
44. X und Y seien zwei exponentialverteilte Zufallsvariablen mit Parametern λ_1 und λ_2 , $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Berechne die Dichtefunktion von $X + Y$. (Beachte, dass der Integrationsbereich der Durchschnitt jener Bereiche ist, in denen die Dichtefunktionen $\neq 0$ sind.) Skizziere die Dichtefunktion für $\lambda_1 = 1$ und $\lambda_2 = 2$.
45. Zeige die Reproduktivität der Normalverteilung mit Hilfe von charakteristischen Funktionen. Zeige dazu zuerst, dass $\varphi_{aX}(\omega) = \varphi_X(a\omega)$ ist, und $\varphi_{X+b}(\omega) = \varphi_X(\omega)e^{i\omega b}$. Ermittle damit φ_X für $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. (φ_X für $X \sim N(0, 1)$ sei bekannt.) Berechne nun $\varphi_{X_1+X_2}$ für $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ und $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ und leite daraus die Verteilung von $X_1 + X_2$ ab.