

39. X sei stetig gleichverteilt auf $[0, 1]$. Weiters sei $g(x) = -\log_{10}(1-x)$. Überprüfe zuerst, ob $g(x)$ monoton steigend ist. Leite dann die Verteilungsfunktion von $Y = g(X)$ her. Erkenne die Verteilung und berechne $E(Y)$. *Bonus:* Berechne $E(g(X))$ direkt mit dem „law of the unconscious statistician“ (Computer-Algebra-Systeme erlaubt).
40. Du wirst von einem Hacker bezahlt, 10.000 Captchas zu knacken. Als Hilfe schlägt ein Programm für jedes Captcha eine Lösung vor, diese stimmt jedoch nur in 60% der Fälle. Sei X die Anzahl der richtig vorgeschlagenen Captchas. Wie ist X verteilt? Du benötigst 3 Sekunden, um ein richtig vorgeschlagenes Captcha zu bestätigen, aber 10 Sekunden, um ein falsch vorgeschlagenes zu lösen. Sei Y die Zeit, die du für die 10.000 Captchas brauchst. Berechne den Erwartungswert und Standardabweichung von Y .
41. X sei gleichverteilt auf dem Intervall $[0, 2]$ und $Y = |X - 1|$. Zeige, dass $\sigma_{X,Y} = 0$ ist, aber X und Y nicht unabhängig sind.
42. Eine Nachrichtenquelle X produziert aufzählbare Nachrichten mit gewissen Wahrscheinlichkeiten. X ist also eine diskrete Zufallsvariable. Der Informationsgehalt einer Nachricht k ist definiert durch $I(k) = -\log_2 P(X = k)$. $I(X)$ kann man als (transformierte) Zufallsvariable betrachten. Die Entropie, also der mittlere Informationsgehalt der Nachrichtenquelle ist dann einfach $H = E(I(X))$. X sei nun geometrisch verteilt mit Parameter $p = \frac{1}{4}$. Berechne die Entropie.