43. Eine Messgröße Z setzt sich aus zwei Teilgrößen auf folgende Art zusammen: $Z = X + Y$. X ist (stetig) gleichverteilt auf dem Intervall $[0, a]$. Y ist gleichverteilt auf $[0, b]$. Eine Stichprobe von Z ergibt

$$z = \{2.5, 2.0, 2.5, 5.5, 4.0, 2.5, 2.0\}\,.$$

Ermittle Schätzungen für a und b nach der Momentenmethode.

44. Ein Fahrkartenkontrolleur zählt mit, wie viele Passagiere er kontrolliert, bis er einen Schwarzfahrer erwischt. Er erhält folgende Zahlen (inklusive Schwarzfahrer):

$$41, 33, 46, 35, 21, 50$$

Wenn wir den Anteil der Schwarzfahrer mit p bezeichnen, dann sind diese Zahlen eine Stichprobe einer Zufallsvariablen X, die geometrisch verteilt ist. Ermittle einen Schätzer für p mittels Maximum-Likelihood-Methode.

45. Überprüfe, ob der empirische Median für Stichprobengröße 3 und eine Verteilung mit der Dichtefunktion $f(x) = 2x$ im Bereich $0 \leq x \leq 1$ erwartungstreu ist. Berechne dafür zuerst die Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$. Der echte Median ist dann jenes x mit $P(X \leq x) = \frac{1}{2}$. Die Stichprobe $\{x_1, x_2, x_3\}$ wird modelliert durch drei unabhängige Zufallsvariablen $\{X_1, X_2, X_3\}$ mit der selben Dichtefunktion. Die Verteilungsfunktion $F_{\tilde{X}}(x)$ bekommt man dann über

$$P(\tilde{X} \leq x) = P((X_1 \leq x \wedge X_2 \leq x \wedge X_3 \leq x) \vee (X_1 \leq x \wedge X_2 \leq x \wedge X_3 > x) \vee \ldots)\,,$$

also der Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei der X_i kleiner-gleich x sind. Damit kann man dann $\mathrm{E}(\tilde{X})$ berechnen.