30. In einer Urne befinden sich zwei schwarze und drei weiße Kugeln. Es wird so lange eine Kugel *ohne Zurücklegen* gezogen, bis eine schwarze gezogen wird. Sei X die Anzahl der Kugeln, die dabei gezogen wird. Bestimme den Erwartungswert von X.

31. Wie Beispiel 30 nur *mit Zurücklegen*. Berechne den Erwartungswert von X sowie die Wahrscheinlichkeit $P(X < 8)$.

32. Die Serienproduktion von Glühbirnen erfolgt mit einem Ausschussanteil von 1%. Aus der laufenden Produktion wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 100$ entnommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält diese Stichprobe drei oder mehr defekte Glühbirnen? Löse das Beispiel mittels

    (a) Binomialverteilung,

    (b) Poissonverteilung als Approximation.

33. Die *Schiefe* einer Zufallsvariable X ist definiert durch μ_3/σ_X^3, wobei $\mu_3 = \mathrm{E}((X - \mathrm{E}(X))^3)$ das dritte zentrale Moment ist. Zeige zuerst allgemein, dass $\mu_3 = \mathrm{E}(X^3) - 3\,\mathrm{E}(X)\,\mathrm{V}(X) - \mathrm{E}(X)^3$ ist.

    Zeige nun für die geometrische Verteilung, dass $\mathrm{E}(X^3) = 1/p + 6(1-p)/p^3$ ist, dann dass $\mu_3 = (1-p)(2-p)/p^3$, und schließlich dass die Schiefe gleich $(2-p)\big/\sqrt{1-p}$ ist.

34. Die Geburtenrate in Österreich liegt bei 9.3 Kindern pro Jahr je 1000 Einwohner. Die Anzahl der Geburten in einem Jahr in einem Dorf mit 500 Einwohnern ist Poisson-verteilt. Warum? Wie groß ist Erwartungswert und Standardabweichung dieser Anzahl? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als acht Kinder geboren werden?

35. *Wiederholung:* Gib die Regeln für die Ableitungen $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} x^n$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(af(x) + bg(x))$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x) \cdot g(x)$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \frac{f(x)}{g(x)}$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(g(x))$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \ln x$ und die unbestimmten Integrale $\int x^n \,\mathrm{d}x$ für $n \neq -1$, $\int af(x) + bg(x)\,\mathrm{d}x$, $\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$, $\int f(x)g(x)\,\mathrm{d}x$ an, wobei a und b reelle Zahlen, f' und g' die Ableitungen der Funktionen f bzw. g und F und G Stammfunktionen von f bzw. g sind.

    Löse nun die Ableitung $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \frac{1+x^2}{(2+x)(1-x)}$ und das bestimmte Integral $\int_0^1 (2 + x^2)(1 - x)\,\mathrm{d}x$.