46. X habe die Dichtefunktion $f_X(x) = 2x$ für $0 \leq x \leq 1$. Y habe die gleiche Verteilung und ist unabhängig von X. Berechne und skizziere die Dichtefunktion von $X + Y$. *Hinweis:* Unterscheide die Fälle $x \leq 1$ und $x \geq 1$, und beachte, dass der Integrationsbereich der Durchschnitt jener Intervalle ist, auf denen die Dichtefunktionen $\neq 0$ sind.

47. Ermittle die charakteristische Funktion der Binomialverteilung. Benutze dafür die Tatsache, dass diese die Summe von n Bernoulli-Versuchen ist. Ermittle außerdem die charakteristische Funktion der Poisson-Verteilung und zeige damit die Konvergenz der Binomialverteilung gegen die Poisson-Verteilung (unter Verwendung der Folge $(1 + \frac{a}{n})^n \xrightarrow{n \to \infty} \mathrm{e}^a$).

48. X und Y seien zwei unabhängige standardnormalverteilte Zufallsvariablen. R und S seien die Länge und der Winkel des Vektors (X, Y). Ermittle die gemeinsame Dichtefunktion $f_R(r) \cdot f_S(s)$. *Tipp:* zuerst die gemeinsame Verteilungsfunktion berechnen, siehe Beweis des Integrals der Dichtefunktion der Normalverteilung. Zeige nun, dass $G := \mathrm{e}^{-\frac{R^2}{2}}$ gleichverteilt ist auf $[0, 1]$. *Tipp:* zuerst F_G berechnen und F_R stehen lassen, dann differenzieren und f_R einsetzen. Stelle noch X und Y als Funktionen von G und S dar.