21. Sie wetten 1000€, dass Sie mit zwei Würfeln eine höhere Augensumme würfeln. Ihr Gegner erreicht nur 5. Er bietet an, nachdem Sie gewürfelt haben, unter den Becher zu gucken und Ihnen zu sagen, ob Ihre Augensumme kleiner als 9 ist. Sie könnten dann eventuell noch aussteigen. Sie willigen ein und der Fall tritt ein. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie trotzdem gewinnen?

    Sei a Ihre Augensumme. Betrachten Sie die Ereignisse $e_1 =$ "$a > 5$" und $e_2 =$ "$a < 9$". Berechnen Sie $|\Omega|, |e_1|, |e_2|, |e_1 \cap e_2|, \frac{|e_1|}{|\Omega|}, \frac{|e_2|}{|\Omega|}, \frac{|e_1 \cap e_2|}{|\Omega|}, \frac{|e_1 \cap e_2|}{|e_2|}$. Welcher Wert entspricht den Wahrscheinlichkeiten $P(e_1)$, $P(e_2)$, $P(e_1 \cap e_2)$, bzw. $P(e_1|e_2)$? Berechnen Sie die letztere Wahrscheinlichkeit auch aus den ersten dreien.

22. Wir erhalten 3 Kartons mit Glühlampen:

    Karton 1: 3 defekte und 5 ganze Glühlampen

    Karton 2: 1 defekte und 4 ganze Glühlampen

    Karton 3: 4 defekte und 12 ganze Glühlampen.

    (a) Es wird aus einem zufälligen Karton zufällig eine Glühlampe ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese defekt ist? Zeichne den Entscheidungsbaum für diesen Zug.
    (b) Die Glühlampen der drei Kartons werden auf einen Haufen geleert. Eine Glühlampe wird gezogen. Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass diese Glühlampe defekt ist?

23. Gegeben ist ein 1-aus-8-Code, also ein Code mit 8 Bits, in dem genau ein Bit gleich 1 ist. In jedem Bit treten unabhängig Bitfehler mit der Wahrscheinlichkeit 0.1 auf. Dadurch kann z.B. aus dem korrekten Codewort 00010000 das Codewort 10000100 werden, indem das 1., das 4. und das 6. Bit kippt. Berechne:

    (a) die Anzahl der möglichen, der korrekten und der inkorrekten Codewörter.
    (b) die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Codewort mindestens ein Bitfehler auftritt.
    (c) die Wahrscheinlichkeit, dass durch solche Bitfehler aus einem korrekten Codewort wieder ein korrektes Codewort entsteht.
    (d) die Wahrscheinlichkeit, dass ein (gegebener) Bitfehler nicht erkannt wird, d.h. die Wahrscheinlichkeit, dass ein Codewort korrekt ist unter der Voraussetzung, dass es fehlerbehaftet ist.

24. 12% der Kinobesucher bekommen bei 3D-Filmen Kopfschmerzen. 99% von diesen lehnen 3D-Filme ab. Aber auch 9% derer, die keine Kopfschmerzen bekommen, lehnen 3D-Filme ab. Auch Theodor lehnt 3D-Filme ab. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Theodor bei 3D-Filmen Kopfschmerzen bekommt?

25. In einem Geschäftslokal ist eine Alarmanlage eingebaut. Bei Einbruch gibt sie Alarm mit Wahrscheinlichkeit 0.99. Wenn in einer bestimmten Nacht kein Einbruch stattfindet, gibt sie falschen Alarm mit Wahrscheinlichkeit 0.005. Die Einbruchswahrscheinlichkeit für eine Nacht sei 0.001. Die Anlage hat gerade Alarm ausgelöst. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Einbruch im Gang ist?