Temporäre Logik für Multiagentensysteme

Rade Kutil

27. Januar 1998

Zusammenfassung

Dies ist eine Seminararbeit zum Seminar Robotik im WS 97/98. Es wird eine Einführung in modale und temporäre sowie verzweigende temporäre Logiken gegeben und im weiteren hauptsächlich in vereinfachter Form die Arbeit *The Logical Modelling Of Computational Multi-Agent Systems* von *Michael John Wooldridge* in Bezug auf die Anwendung der temporären Logik auf Multiagentensysteme zitiert. Die umfangreiche Axiomatisierung der in dieser Arbeit eingeführten Sprachen wurde nicht übernommen und sind im Detail dort nachzulesen.

Inhaltsverzeichnis

1 Aussagenlogik **2**

2 Prädikatenlogik **3**

3 Modale Logik **4**

4 Modale Prädikatenlogik **5**

5 Lineare temporäre Logik **6**

6 Verzweigende temporäre Logik **7**

7 Beschreibung von MAS durch lineare temporäre Logik **8**

8 Beschreibung von MAS durch verzweigende temoporäre Logik **9**

9 Beschreibung von MAS durch verzweigende temporäre Prädikatenlogik **10**

1 Aussagenlogik

Zur Einführung und zum Vergleich wird hier der Aufbau der normalen Aussagenlogik angeführt. Die Sprache der Aussagenlogik gliedert sich in ein Alphabet aus dem nach gewissen Syntaxregeln Wörter geformt werden die die Sprache bilden. Duch eine Semantik wird den Wörtern eine Bedeutung (hier: *wahr* oder *falsch*) gegeben. Zusätzlich wird durch eine Axiomatisierung und Ableitungsregeln ein System geliefert, das alle Wörter, deren semantische Bedeutung immer wahr ist, erzeugt. Diese Wörter heißen Tautologien.

Alphabet

$$\Sigma_A = AS \cup \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)\}$$

wobei $AS = \{\top, \bot, a, b, c, \ldots\}$ eine Menge von Aussagensymbolen ist.

Syntax

$$AS \subseteq L_A$$

$$\phi, \psi \in L_A \Rightarrow \neg\phi, (\phi \vee \psi), (\phi \wedge \psi), (\phi \rightarrow \psi), (\phi \leftrightarrow \psi) \in L_A$$

Semantik

Es wird hier eine Zuordnung α von Aussagensymbolen zu Wahrheitswerten definiert. Diese reicht als Modell für die Aussagenlogik aus.

$$\alpha : AS \longrightarrow \{wahr, falsch\}$$

$$\alpha \models \phi \;\text{ :gdw }\; \begin{cases} \alpha(\phi) & \phi \in AS \\ \alpha \models \phi_1 \;\text{ oder }\; \alpha \models \phi_2 & \phi = (\phi_1 \vee \phi_2) \\ \text{nicht }\; \alpha \models \phi_1 & \phi = \neg\phi_1 \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

Zusätzlich wird für Tautologien geschrieben:

$$\models \phi \;\text{ :gdw }\; \forall\alpha : \alpha \models \phi$$

Axiomatisierung

$$\vdash a \rightarrow (b \rightarrow a)$$

$$\vdash (a \rightarrow (b \rightarrow c) \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c))$$

$$\vdash (\neg b \rightarrow \neg a) \rightarrow ((\neg b \rightarrow a) \rightarrow b)$$

$$\vdash \phi \qquad \text{wenn } \;\vdash \psi\; \text{ und } \;\vdash \psi \rightarrow \phi \qquad \text{„Modus Ponens“}$$

$$\vdash \phi_x^\psi \qquad \text{wenn } \;\psi \in L_A\; \text{ und } \;\vdash \phi \qquad \text{„Variablenersetzung“}$$

Man beachte, daß die in dieser Axiomatisierung nicht vorkommenden Operatoren z.B. durch $\phi \vee \psi = \neg\phi \rightarrow \psi$ umgeschrieben werden müssen. Es folgt dann $\vdash \phi \Leftrightarrow \models \phi$. Das heißt, daß das Axiomensystem wirklich alle Tautologien erzeugt.

2 Prädikatenlogik

Alphabet

$$\Sigma_P = Var \cup \{\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)\} \cup \bigcup_{n=0,\ldots} Rel_n$$

wobei Var eine Menge von Variablensymbolen und Rel_n für jedes n eine Menge von Symbolen für n-stellige Relationen darstellt. Auf Funktionensymbole wird hier der Einfachkeit halber verzichtet. Es sei bemerkt, daß durch kleine Einschränkungen der Semantik Relationssymbole Funktionssymbole ersetzen können.

Syntax

$$P \in Rel_n \Rightarrow P(x_1, \ldots, x_n) \in L_P$$

$$\phi, \psi \in L_P \Rightarrow (\phi \vee \psi), \neg\phi, \ldots \in L_P$$

$$\phi \in L_P, x \in Var \Rightarrow \forall x \phi, \exists x \phi \in L_P$$

Semantik

Sei $A \neq \emptyset$ eine Trägermenge, $\alpha : Rel_n \times A^n \longrightarrow \{wahr, falsch\}$ eine Funktion, die für jedes Relationssymbol eine n-stellige Relation darstellt und $\beta : Var \longrightarrow A$ eine Variablenzuweisung. Dann heißt $M = (A, \alpha, \beta)$ Modell in der Prädikatenlogik. $S = (A, \alpha)$ heißt Struktur. Wann M ein Modell für eine spezielle prädikatenlogische Formel ϕ ist, ist folgendermaßen definiert:

$$M \models \phi \ \text{:gdw} \ \begin{cases} \alpha\left(P, \beta\left(x_1\right), \ldots, \beta\left(x_n\right)\right) & \phi = P(x_1, \ldots, x_n) \\ M \models \phi_1 \ \text{ oder } \ M \models \phi_2 & \phi = (\phi_1 \vee \phi_2) \\ \vdots & \vdots \\ \text{für alle } \ a \in A : (A, \alpha, \beta_x^a) \models \phi_1 & \phi = \forall x \phi_1 \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

Wann eine Formel in einer Struktur oder generell (prädikatenlogische Tautologie) ableitbar ist, wird folgendermaßen festgelegt:

$$S \models \phi \ \text{:gdw} \ \forall \beta : (S, \beta) \models \phi$$

$$\models \phi \ \text{:gdw} \ \forall M : M \models \phi$$

Axiomatisierung

Da Axiomatisierungen auf sehr unterschiedliche Weise durchgeführt werden können und vor allem in den folgenden Abschnitten sehr umfangreich sein können wird die Axiomatisierung nicht oder nur in für den Zusammenhang aufschlußreichen teilen angeführt.

3 Modale Logik

Diese Logik basiert auf dem Konzept mehrerer Welten, in denen Aussagen verschiedene Wahrheitswerte haben können. Man vergleiche z.B., daß die Aussage „Es regnet“ nicht immer wahr sein muß, aber auch nicht immer falsch! Zu jedem Zeitpunkt existiert daher eine andere Welt im Sinne der modalen Logik. Die modale Logik schreibt aber eine spezielle (zeitliche, etc. ...) Anordnung der Welten nicht vor. Es wird dagegene eine Relation R als Grundelement der Semantik eingeführt, die bestimmt, welche Welten von der betrachteten aus *erreichbar* sind. Die Operatoren $\Box$ und $\Diamond$ geben dann an, ob eine modallogische Formel in jeder oder in zumind. einer (resp.) der erreichbaren Welten gilt.

Alphabet

$$\Sigma_M = AS \cup \{\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow, (,), \Box, \Diamond, \top, \bot\}$$

Syntax

$$AS \subseteq L_M$$

$$\phi, \psi \in L_A \Rightarrow \neg\phi, (\phi \vee \psi), \ldots, \Box\phi, \Diamond\phi \in L_M$$

Semantik

Sei nun $W \neq \emptyset$ eine Menge von Welten, $R \subseteq W \times W$ eine Relation auf W, $\alpha : AS \times W \longrightarrow \{wahr, falsch\}$ eine Funktion, die jedem Aussagensymbol in jeder Welt einen Wahrheitswelt zuordnet. Dann heißt $F = (W, R)$ Rahmen (Frame), $S = (W, R, \alpha)$ Struktur und $M = (W, R, \alpha, w)$ Modell in der modalen Logik, wobei $w \in W$. Für die Modellbeziehungen gilt:

$$M \models \phi \ \text{:gdw} \ \begin{cases} \alpha\,(a, w) & \phi \in AS \\ M \models \phi_1 \ \text{ oder } \ M \models \phi_2 & \phi = (\phi_1 \vee \phi_2) \\ \vdots & \vdots \\ \forall v \in W : wRv \Rightarrow (S, v) \models \phi_1 & \phi = \Box\phi_1 \\ \exists v \in W : wRv \wedge (S, v) \models \phi_1 & \phi = \Diamond\phi_1 \end{cases}$$

$$S \models \phi \ \text{:gdw} \ \forall w \in W : (S, w) \models \phi$$

$$R \models \phi \ \text{:gdw} \ \forall w \in W \forall\alpha : (R, \alpha, w) \models \phi$$

$$\models \phi \ \text{:gdw} \ \forall M : M \models \phi$$

Man beachte, daß in der Aussagenlogik die Allgemeingültigkeit von Aussagen einstufig (Tautologien), in der Prädikatenlogik zweistufig (Allgemeingültigkeit in Strukturen, Tautologien) und in der modalen Logik dreistufig (Allgemeingültigkeit in Strukturen, Allgemeingültigkeit in Rahmen, Tautologien) erfolgt.

Axiomatisierung

Zusätzlich zur Aussagenlogik sind folgende Axiome in Verwendung.

$$\vdash \Box\phi \qquad \text{wenn } \vdash \phi$$

$$\vdash \Diamond a \leftrightarrow \neg\Box\neg a$$

$$\vdash \Box(\phi \to \psi) \to (\Box\phi \to \Box\phi) \qquad \text{„ Kripke- oder Distributionsaxiom “}$$

Weiters gibt es wichtige Äquivalenzen zwischen zusätzlichen Axiomen und zusätzlichen Eigenschaften der Relation R.

Axiom	gilt wenn
$\vdash \Box\phi \to \phi$	R reflexiv
$\vdash \Box\phi \to \Diamond\phi$	R seriell
$\vdash \Box\phi \to \Box\Box\phi$	R transitiv
$\vdash \Diamond\phi \to \Box\Diamond\phi$	R euklidisch

4 Modale Prädikatenlogik

Der Übergang von der modalen Logik zur modalen Prädikatenlogik gestaltet sich gleich wie der Übergang von der Aussagenlogik zur Prädikatenlogik. Die Aussagensymbole werden durch Ausdrücke mit Relationensymbolen ersetzt. Diese stehen für Relationen auf einer gewissen Menge. Über die Elemente dieser Menge kann quantifiziert werden. Hier werden in verschiedenen Welten verschiedene Relationen betrachtet.

Alphabet

$$\Sigma_{MP} = AS \cup \{\wedge, \vee, \neg, \to, \leftrightarrow, (,), \Box, \Diamond, \forall, \exists\} \cup Var \cup \bigcup_{n=0,\ldots} Rel_n$$

Syntax

$$P \in Rel_n \Rightarrow P(x_1, \ldots, x_n) \in L_{MP}$$

$$\phi, \psi \in L_{MP} \Rightarrow (\phi \vee \psi), \neg\phi, \ldots, \Box\phi, \Diamond\phi \in L_{MP}$$

$$\phi \in L_{MP}, x \in Var \Rightarrow \forall x\phi, \exists x\phi \in L_{MP}$$

Semantik

Seien hier A und β wie in der Prädikatenlogik, W und R wie in der modalen Logik definiert. Sei $\alpha : W \times Rel_n \times A^n \longrightarrow \{wahr, falsch\}$ eine Funktion, die in jeder Welt fur jedes Relationensymbol eine Relation darstellt. Dann heißt

$M = (A, W, R, \alpha, \beta, w)$ Modell in der modalen Prädikatenlogik. Für die Modellbeziehungen gilt:

$$M \models \phi \;\text{:gdw}\; \begin{cases} \alpha\left(w, P, \beta\left(x_1\right), \ldots, \beta\left(x_n\right)\right) & \phi = P(x_1, \ldots, x_n) \\ M \models \phi_1 \;\text{ oder }\; M \models \phi_2 & \phi = (\phi_1 \vee \phi_2) \\ \vdots & \vdots \\ \forall a \in A : (A, W, R, \alpha, \beta_x^a) \models \phi_1 & \phi = \forall x \phi_1 \\ \vdots & \vdots \\ \forall v \in W : wRv \Rightarrow (\ldots, v) \models \phi_1 & \phi = \Box \phi_1 \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

5 Lineare temporäre Logik

Die lineare temporäre Logik entspricht im Prinzip einer modalen Logik mit $(\mathbf{N}, \leq)$ als Struktur (W, R). Es ist auch die strikte Ordnung $<$ in Gebrauch, welche jedoch intuitiv weniger einsichtig ist. Diese Logik kann man sich als eine sich diskret in der Zeit fortentwickelnde Sequenz von Welten vorstellen. Zusätzlich werden aber die Operatoren $\mathcal{U}$ und $\mathcal{S}$ eingeführt, die in der Modallogik nicht ausdrückbar sind. Sie stehen für *until* und *since*, wobei der Until-Operator ausdrücken soll, daß ein Ausdruck zumindest solange gilt, bis ein anderer Ausdruck gilt, wobei der letztere irgendwann gelten muß. Die Ähnlichkeit zu einer Repeat-Until-Schleife in einer Programmiersprache ist nicht zufällig und erklärt die großen Anwendungsmöglichkeiten der temporären Logik beim Beweisen von Computerprogrammen.

Alphabet

$$\Sigma_T = AS \cup \{\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow, (,), \bigcirc, \bullet, \mathcal{U}, \mathcal{S}, \Box, \Diamond\}$$

Es sind noch mehrere Symbole in Verwendung, die jedoch alle durch Konstruktionen mit obigen ersetzbar sind.

Syntax

$$AS \subseteq L_T$$

$$\phi, \psi \in L_A \Rightarrow \neg\phi, (\phi \vee \psi), \ldots, \Box\phi, \Diamond\phi, \bigcirc\phi, \bullet\phi, \phi\mathcal{U}\psi, \phi\mathcal{S}\psi \in L_T$$

Semantik

Sei $\alpha : AS \times \mathbf{N} \longrightarrow \{wahr, falsch\}$ und $w \in \mathbf{N}$. Dann heißt $M = (\alpha, w)$ Modell der temporären Logik. Für die Modellbeziehungen gilt:

$$M \models \phi \ \text{:gdw} \begin{cases} \alpha(\phi, w) & \phi \in AS \\ M \models \phi_1 \ \text{ oder } \ M \models \phi_2 & \phi = (\phi_1 \vee \phi_2) \\ \vdots & \vdots \\ (\alpha, w+1) \models \phi_1 & \phi = \bigcirc\phi_1 \\ (\alpha, w-1) \models \phi_1 & \phi = \bullet\phi_1 \wedge w > 0 \\ \exists v : (\alpha, v) \models \phi_2 & \\ \quad \wedge \forall w \leq u < v : (\alpha, u) \models \phi_1 & \phi = \phi_1 \mathcal{U} \phi_2 \\ \exists v : (\alpha, v) \models \phi_2 & \\ \quad \wedge \forall v < u \leq w : (\alpha, u) \models \phi_1 & \phi = \phi_1 \mathcal{S} \phi_2 \end{cases}$$

Man liest „als nächstes gilt ϕ" für $\bigcirc\phi$ und „vorher galt ϕ" für $\bullet\phi$. Die modalen Operatoren $\Box$ und $\Diamond$ können durch die termporären Operatoren ausgedrückt werden:

$\Diamond\phi = \top\mathcal{U}\phi$ „irgendwann gilt ϕ"

$\Box\phi = \neg\Diamond\neg\phi$ „ab jetzt gilt immer ϕ"

6 Verzweigende temporäre Logik

Hier gibt es zu einer Welt nicht mehr nur eine Folgewelt, sondern man betrachtet mehrere mögliche Ausprägungen der Zukunft. Die Welten stehen also nicht mehr in einer totalen Ordnung zueinander sondern in einer Halbordnung. Es gibt jedoch einen Ursprung der Zeit, aus dem jede Welt erreichbar sein soll.

Alphabet

$$\Sigma_{BT} = \Sigma_T \cup \{\mathcal{E}, \mathcal{A}\}$$

Syntax

Zusätzlich zu den temporärlogischen Ausdrücken gelten auch $\mathcal{E}\phi$ und $\mathcal{A}\phi$ als Ausdrücke in der verzweigenden temporären Logik.

Semantik

Sei $W \neq \emptyset$ eine Menge von Welten und $R \subseteq W \times W$ eine binäre Relation auf W, die jede Welt mit einer Menge von *unmittelbar als nächstes* möglichen Welten verbindet. Eine Welt u ist als der Ursprung der Zeit ausgezeichnet. Die Menge der Pfade in R ist in der üblichen Weise definiert und wird hier als P geschrieben. $hd(p)$ bezeichnet das erste Element in einem Pfad, $p^{(n)}$ den Teilpfad ab dem n-ten Element des Pfades. Für R muß gelten:

$$\forall w \in W \exists v \in W : wRv \qquad \wedge \qquad \forall w \in W : uR^*w$$

wobei R^* die reflexive transitive Hülle von R bezeichnet. $M = (W, R, p)$ heißt Modell in der verzweigenden temporären Logik wenn p ein nach rechts unendlicher Pfad in R ist. Für die Modellbeziehung gilt:

$$M \models \phi \ \text{:gdw} \ \begin{cases} \vdots & \vdots \\ \forall p' \in P : hd(p') = hd(p) \Rightarrow (W, R, p') \models \phi_1 & \phi = \mathcal{A}\phi_1 \\ \vdots & \vdots \\ \exists m \in \mathbf{N} : (W, P, p^{(m)}) \models \phi_2 \wedge & \\ \quad \forall n \leq k < m : (W, R, p(k)) \models \phi_1 & \phi = \phi_1 \mathcal{U} \phi_2 \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

7 Beschreibung von MAS durch lineare temporäre Logik

Zur Verständlichkeit wird hier kurz angerissen, was unter einem Multi-Agenten-System (MAS) hier verstanden wird. Ein MAS besteht aus mehreren Agenten, die miteinander kommunizieren können. Ein Agent hat zu jedem Zeitpunkt einen Wissensstand (od. Glaubensstand). Dieser veranlaßt ihn, Aktionen zu setzen und anderen Agenten Nachrichten zu senden. Die Zeit wird hier in diskrete Schritte unterteilt. Im darauf folgenden Zeitpunkt erreicht den Agenten eine Menge von Nachrichten von anderen Agenten, welche neue Information enthält, die der Agent in seinen Wissensstand übernimmt. Der Agent hat darüberhinaus die Fähigkeit aus diesem Wissen nach (logischen) Regeln neues Wissen abzuleiten. Die Menge allen ableitbaren Wissens stellt seinen neuen Glaubensstand dar. Im nächsten Schritt beginnt der Vorgang von neuem.

Das Wissen der Agenten wird in einer (internen) Sprache L ausgedrückt, die hier nur referenziert wird, deren genauer Aufbau aber für das folgende nicht relevant ist. Um den Glaubensstand, die Nachrichten und Aktion in jedem Zeitpunkt darzustellen, wird hier eine (vereinfachte) Definition eines *Runs* eingeführt.

$$Run = (bel, sends, does)$$

$(w, a) \mapsto^{bel} B$	$w \in \mathbf{N}, a \in Agenten, B \subseteq L$	Glaube
$(w, a, b) \mapsto^{sent} M$	$w \in \mathbf{N}, a, b \in Agenten, M \subseteq L$	Nachrichten
$(w, a) \mapsto^{does} A$	$w \in \mathbf{N}, a \in Agenten, A \subseteq L$	Aktionen

Diese w bedeuten hier nichts anderes als Welten, die wegen ihrer linearen diskreten Abfolge als natürliche Zahlen dargestellt werden. Es soll nun eine Abwandlung der linearen temporären Logik entwickelt werden, in der Aussagen über Abläufe (Runs) in solchen Multiagentensystemen getroffen werden können.

Alphabet

$$\Sigma_{AL} = \{\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow, (,), \bigcirc, \bullet, \mathcal{U}, \mathcal{S}, \Box, \Diamond, bel, sent, to, does\} \cup \Sigma_L \cup Ag$$

wobei Ag eine Menge von Symbolen für Agenten darstellt.

Syntax

$$\phi \in L, a, b \in Ag \Rightarrow (abel\phi), (asent\phi tob), (adoes\phi) \in AL$$

Ansonsten gelten die gleichen Regel wie in der linearen temporären Logik.

Semantik

Seien $\beta : Ag \longrightarrow Agenten$ eine Zuweisung von Agentensymbolen zu Agenten, Run ein oben beschriebener Run in einem Multiagentensystem und $w \in \mathbf{N}$ eine Welt. Dann heißt $M = (\beta, Run, w)$ Modell in der Sprache AL (AL steht für Agent Language).

$$M \models \phi \ \text{:gdw} \ \begin{cases} \phi' \in bel(w, \beta(a)) & \phi = (abel\phi') \\ \phi' \in sent(w, \beta(a), \beta(b)) & \phi = (asent\phi' tob) \\ \vdots & \vdots \\ (\beta, Run, w+1) \models \phi' & \phi = \bigcirc\phi' \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

Axiomatisierung

Die der temporären Logik hinzugefügten Axiome sind von der folgenden Form:

$$\vdash ((abel\phi_1) \wedge \ldots \wedge (abel\phi_n)) \rightarrow (abel\phi) \quad \text{wenn} \ \{\phi_1, \ldots, \phi_n\} \vdash_L \phi$$

8 Beschreibung von MAS durch verzweigende temoporäre Logik

Es werden hier mehrere Möglichkeiten der Aktions- und Nachrichtenauswahl der Agenten zugelassen. Durch Auswahl genau einer unmittelbaren Zukunft in jedem Zeitpunkt ergibt sich ein Run nach dem Schema des letzten Kapitels. Dies ist die Grundidee der Sprache, die in diesem Kapitel entwickelt wird. Ein Pfad in der verzweigenden temporären Logik entspricht einem Run.

Alphabet

$$\Sigma_{BAL} = \Sigma_{AL} \cup \{\mathcal{E}, \mathcal{A}\}$$

Syntax

Zusätzlich zur Sprache AL sind hier auch pfadquantisierenden Konstrukte wie in der verzweigenden temporären Logik zugelassen.

Semantik

Es sei hier W die Menge der möglichen Welten in einem Multiagentensystem. Die Welten sind durch die möglichen Runs, die von einer Ausgangswelt u ausgehen in eine verzweigende Struktur nach dem Vorbild der verzweigenden temporärren Logik gebracht. Als Modell gilt hier $M = (\beta, W, Run)$, wobei $\beta, \ldots$ die schon beschriebenen Bedeutungen haben.

$$M \models \phi \;\text{:gdw}\; \begin{cases} \phi' \in bel(hd(Run), \beta(a)) & \phi = (abel\phi') \\ \phi' \in sent(hd(Run), \beta(a), \beta(b)) & \phi = (asent\phi' tob) \\ \vdots & \vdots \\ (\beta, W, Run^{(2)}) \models \phi' & \phi = \bigcirc\phi' \\ \vdots & \vdots \\ \forall Run' : hd(Run) = hd(Run') & \\ \quad \Rightarrow (\beta, W, Run') \models \phi' & \phi = \mathcal{A}\phi' \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

Formulierung der kooperativen Fähigkeit und des kooperativen Zieles

Arbeiten die Agenten entsprechend einer Strategie (die hier nicht näher definiert wird), so schränken sich die möglichen Aktionen, Nachrichten die ein Agent setzt / sendet ein. Das heißt, wenn alle Agenten oder ein Teil sich an diese Strategie halten sind die möglichen Welten der Zukunft eingeschränkt.

Sei nun g eine Gruppe von Agenten. Dann schreiben wir $can(g, \phi, w)$ genau dann, wenn es eine Strategie gibt, so daß für alle Runs Run mit $hd(Run) = w$ und in denen sich alle Agenten aus g an die Strategie halten gilt: $(W, Run) \models \phi$. Und $goal(g, \phi, Run)$ genau dann, wenn für alle Runs Run' mit $hd(Run') = hd(Run)$ und wo zu jedem Zeitpunkt die Agenten aus g in Run gleiche Aktionen setzen und gleiche Nachrichten senden wie in Run' gilt: $(W, Run') \models \phi$.

9 Beschreibung von MAS durch verzweigende temporäre Prädikatenlogik

Hier werden hauptsächlich Quantoren eingeführt, mit denen man über Agenten quantifiziert. Die Erweiterung, um auch über Elemente der Sprache L zu quantifizieren ist leicht denkbar, wird aber hier der Einfachkeit halber weggelassen.

Durch diese zusätzlichen Eigenschaften kann man Aussagen über Gruppen von Agenten formulieren indem man für Gruppen von Agenten eigene Symbole einführt und zusätzlich das $\in$-Zeichen verwendet, um die Zugehörigkeit von Agenten zu einer Gruppe anzuzeigen. Dadurch sind dann auch die Aussagen *can* und *goal* in der Sprache formulierbar und werden als eigene Operatoren ausgedrückt.

Alphabet

$$\Sigma_{QBAL} = \Sigma_{BAL} \cup \{=, \in, can, goal, \forall, \exists\} \cup G$$

wobei G eine Menge von Symbolen für Agentengruppen ist.

Syntax

Zusätzlich zu BAL werden hier Ausdrücke der Form $(gcan\phi)$, $(ggoal\phi)$, $\exists x\phi$, $\forall x\phi$, $(x = y)$ und $(x \in g)$ zugelassen, wobei $g \in G$ und $x, y \in Ag$.

Semantik

Als Modell gilt hier $M = (\beta, W, Run)$ wobei β in natürlicher Weise auch auf Agentengruppen angewendet wird.

$$M \models \phi \ \text{:gdw} \ \begin{cases} \vdots & \vdots \\ \forall x \in Agenten : (\beta_a^x, W, Run) \models \phi' & \phi = \forall\phi' \\ \vdots & \vdots \\ can(\beta(g), \phi', hd(Run)) & \phi = (gcan\phi') \\ goal(\beta(g), \phi', Run) & \phi = (ggoal\phi) \end{cases}$$