

Proseminar Automatisierung und Komplexität des logischen Schließens
Elmar Eder, Universität Salzburg
Blatt 3, Aufgaben für 19.1.2021

Aufgabe 1 Die *Additionsfunktion* $\text{add}: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ ist gegeben durch $\text{add}(x, y) = x + y$ für alle $x, y \in \mathbb{N}$. Sei Σ das Alphabet $\{ |, \# \}$. Geben Sie eine Turingmaschine T mit Bandalphabet Σ an, die die Funktion add berechnet! Es soll also zum Beispiel gelten $||\#\#\#\# \Rightarrow_T ||\#\#\#\#$, weil $2 + 3 = 5$ ist. Geben Sie die dazugehörige Berechnung von $2 + 3$ durch diese Turingmaschine an!

Definition 1 Unter einer *partiellen Funktion* $f: A \xrightarrow{\text{part}} B$ verstehen wir eine Funktion von einer Teilmenge der Menge A in die Menge B . Die Funktion f ist also im allgemeinen nicht auf der gesamten Menge A definiert, sondern ihr Definitionsbereich ist eine Teilmenge von A .

Definition 2 Wir sagen, eine Berechnung durch eine Turingmaschine *hält*, wenn sie nach endlichen vielen Schritten den Haltezustand erreicht und damit anhält.

Aufgabe 2 Gegeben sei das Bandalphabet $\Sigma = \{a, b, \#\}$ und dazu die Turingmaschine

S	a	L	p
S	b	L	p
S	$\#$	L	p
p	a	L	q
p	b	L	q
p	$\#$	L	p
q	a	L	p
q	b	L	p
q	$\#$	R	r
r	a	R	r
r	b	R	r
r	$\#$	$\#$	H

- (a) Geben Sie dazu die Berechnung an, die mit der Konfiguration $abb\underset{S}{\#}$ beginnt!
- (b) Geben Sie die Berechnung an, die mit der Konfiguration $ab\underset{S}{\#}$ beginnt!
- (c) Für welche Anfangskonfigurationen hält die Berechnung durch diese Turingmaschine?
- (d) Sei $\Delta := \{a, b\}$. Die Turingmaschine berechnet eine partielle Funktion $f: \Delta^* \xrightarrow{\text{part}} \Delta^*$. Für welche Eingabewörter $u \in \Delta^*$ hält die Berechnung? Nur für diese Wörter u ist $f(u)$ definiert. Was ist in diesem Fall das Wort $f(u)$?