

Der Sequenzenkalkül

Definition

Eine **Sequenz** ist eine Zeichenreihe der Form

$$A_1, \dots, A_m \implies B_1, \dots, B_n$$

Dabei sind $A_1, \dots, A_m, B_1, \dots, B_n$ Formeln.

Notation

- Große lateinische Buchstaben A, B, C, D, E für Formeln
- Große griechische Buchstaben $\Gamma, \Delta, \Theta, \Lambda$ für endliche kommaseparierte Folgen von Formeln

Semantik

wie $A_1 \wedge \dots \wedge A_m \rightarrow B_1 \vee \dots \vee B_n$ oder
 $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n$.

Axiome

$$D \implies D$$

Verdünnung im Antezedens/Sukzedens

$$\frac{\Gamma \Longrightarrow \Theta}{D, \Gamma \Longrightarrow \Theta}$$

$$\frac{\Gamma \Longrightarrow \Theta}{\Gamma \Longrightarrow \Theta, D}$$

Zusammenziehung im Antezedens/Sukzedens

$$\frac{D, D, \Gamma \Longrightarrow \Theta}{D, \Gamma \Longrightarrow \Theta}$$

$$\frac{\Gamma \Longrightarrow \Theta, D, D}{\Gamma \Longrightarrow \Theta, D}$$

Vertauschung im Antezedens/Sukzedens

$$\frac{\Delta, D, E, \Gamma \Longrightarrow \Theta}{\Delta, E, D, \Gamma \Longrightarrow \Theta}$$

$$\frac{\Gamma \Longrightarrow \Theta, E, D, \Lambda}{\Gamma \Longrightarrow \Theta, D, E, \Lambda}$$

Schnitt

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, D \quad D, \Delta \Rightarrow \Lambda}{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Theta, \Lambda}$$

Junktorenschlussregeln

\neg -Einführung im Antezedens/Sukzedens

$$\frac{\Gamma \Longrightarrow \Theta, A}{\neg A, \Gamma \Longrightarrow \Theta} \quad \frac{A, \Gamma \Longrightarrow \Theta}{\Gamma \Longrightarrow \Theta, \neg A}$$

\wedge -Einführung im Antezedens/Sukzedens

$$\frac{A, \Gamma \Longrightarrow \Theta}{A \wedge B, \Gamma \Longrightarrow \Theta} \quad \frac{B, \Gamma \Longrightarrow \Theta}{A \wedge B, \Gamma \Longrightarrow \Theta} \quad \frac{\Gamma \Longrightarrow \Theta, A \quad \Gamma \Longrightarrow \Theta, B}{\Gamma \Longrightarrow \Theta, A \wedge B}$$

\vee -Einführung im Antezedens/Sukzedens

$$\frac{A, \Gamma \Longrightarrow \Theta \quad B, \Gamma \Longrightarrow \Theta}{A \vee B, \Gamma \Longrightarrow \Theta} \quad \frac{\Gamma \Longrightarrow \Theta, A}{\Gamma \Longrightarrow \Theta, A \vee B} \quad \frac{\Gamma \Longrightarrow \Theta, B}{\Gamma \Longrightarrow \Theta, A \vee B}$$

→-Einführung im Antezedens/Sukzedens

$$\frac{\Gamma \Longrightarrow \Theta, A \quad B, \Delta \Longrightarrow \Lambda}{A \rightarrow B, \Gamma, \Delta \Longrightarrow \Theta, \Lambda}$$

$$\frac{A, \Gamma \Longrightarrow \Theta, B}{\Gamma \Longrightarrow \Theta, A \rightarrow B}$$

Aufgabe 20

Machen Sie eine Liste einiger unerfüllbarer und einiger erfüllbarer Formeln! Für jede Formel F aus Ihrer Liste tun Sie das Folgende:

- Versuchen Sie, für F eine Widerlegung im Tableaurekalkül zu finden!
- Versuchen Sie, die Tableaurekalkül-Widerlegung in einen Konnektionsbeweis für F_{dual} zu transformieren!
- Versuchen Sie, die Tableaurekalkül-Widerlegung in einen Beweis der Sequenz $F \implies$ und/oder $\implies F_{\text{dual}}$ im schnittfreien Sequenzenkalkül zu transformieren!

Beschreiben Sie nun allgemein die Zusammenhänge zwischen Tableaurekalkül, Konnektionskalkül und schnittfreiem Sequenzenkalkül!