

Frege-Hilbert-Kalkül in der Prädikatenlogik

Logische Grundzeichen: \neg , \rightarrow , \forall

Axiomenschemata und Regeln: (A1), (A2), (A3), (R1) und

$$\forall xF[x] \rightarrow F[t] \quad (\text{A4})$$

$$\frac{A \rightarrow F[a]}{A \rightarrow \forall xF[x]} \quad (\text{R2})$$

wobei in (R2) die Konstante a nicht in der Konklusion vorkommen darf.

Ohne diese Bedingung würde die Regel (R2) die folgenden falschen Schlüsse erlauben:

$$\frac{A \rightarrow a = a}{A \rightarrow \forall x x = a} \quad \text{und} \quad \frac{P(a) \rightarrow P(a)}{P(a) \rightarrow \forall x P(x)} .$$

Der Kalkül wäre also ohne diese Bedingung nicht korrekt.