

Resolution

Negative Matrixdarstellung

- Klausel stellt eine Disjunktion von Literalen dar.
- Endliche Menge von Klauseln stellt eine Konjunktion von Disjunktionen von Literalen dar (KNF).

Beispiel

Die Klauselmenge $\{\{P, Q\}, \{P, \neg Q\}, \{\neg P\}\}$ stellt die Formel $(P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q) \wedge \neg P$ dar.

Notation

Die leere Klausel $\{\}$ wird als \square geschrieben.

Resolution

Ein Kalkül zum Nachweis der Unerfüllbarkeit einer Formel in KNF

Definition (Resolutionsregel)

Die **Resolutionsregel** lautet:

$$\frac{c \quad d}{(c \setminus \{L\}) \cup (d \setminus \{\bar{L}\})}, \quad \text{wenn } L \in c \text{ und } \bar{L} \in d.$$

Die Klauseln c und d heißen die **Elternklauseln** und die Klausel $(c \setminus \{L\}) \cup (d \setminus \{\bar{L}\})$ heißt die **Resolvente** des Resolutionsschrittes.

Definition (Resolutionsableitung)

Eine **Resolutionsableitung** aus einer Klauselmenge S ist eine endliche oder unendliche Folge (c_0, c_1, c_2, \dots) von Klauseln derart, dass jede Klausel c_k der Folge ein Element von S ist oder eine Resolvente von in der Folge vor c_k stehenden Klauseln c_i und c_j ($i, j < k$).

Definition (Resolutionsableitung einer Klausel)

Eine **Resolutionsableitung einer Klausel** c aus einer Klauselmenge S ist eine Resolutionsableitung aus S , die mit c endet.

Definition (Resolutionswiderlegung)

Eine **Resolutionswiderlegung** einer Klauselmenge S ist eine Resolutionsableitung der leeren Klausel \square aus S .

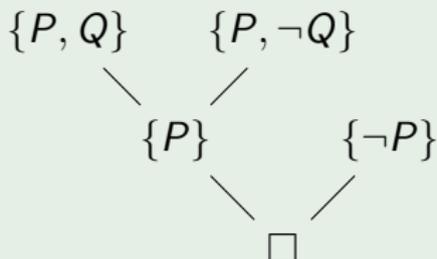
Baumdarstellung

Eine Resolutionsableitung aus einer Klauselmengemenge S lässt sich als baumartiger Graph darstellen. Dabei gilt.

- Jeder Knoten ist mit einer Klausel markiert
- Jedes Blatt ist mit einer Klausel aus S markiert
- Jeder innere Knoten ist mit einer Resolvente der Markierungen seiner beiden Elternknoten markiert.

Beispiel

$(\{P, Q\}, \{P, \neg Q\}, \{P\}, \{\neg P\}, \square)$ ist eine Resolutionswiderlegung der Klauselmenge $\{\{P, Q\}, \{P, \neg Q\}, \{\neg P\}\}$. Sie hat die Baumdarstellung



Aufgabe 14

Geben Sie eine Resolutionswiderlegung für die zur Formel $(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg Q \wedge R) \vee \neg R$ duale Formel an!

Aufgabe 15

Beweisen Sie die Korrektheit des Resolutionskalküls: Jede Formel in KNF, für deren Klauselmenge eine Resolutionswiderlegung existiert, ist unerfüllbar.

Aufgabe 16

Beweisen Sie die Vollständigkeit des Resolutionskalküls: Wenn eine Formel in KNF unerfüllbar ist, dann besitzt ihre Klauselmenge eine Resolutionswiderlegung.